

INSTITUTO DE ESTUDIOS FISCALES
DOC. Nº 1/98

APUNTES DE TEORÍA DE LOS CICLOS

Autor: Enrique M. Quilis
Instituto Nacional de Estadística

**4. LA PERSPECTIVA WALRASIANA (II):
MODELOS DEL CICLO CON ORIGEN REAL**

"Los economistas vienen sorprendiéndose desde hace mucho por el hecho de que, en períodos de paz, las economías industriales de mercado registran amplias y recurrentes fluctuaciones en la producción y el empleo durante períodos de tiempo relativamente breves. Estos hechos no deberían ser sorprendentes, ya que son los que la teoría económica predice."

E.C. Prescott, 1986

4.1. INTRODUCCION

Los modelos de ciclos con origen real (COR, en adelante) constituyen la continuación histórica del programa metodológico planteado por la Nueva Macroeconomía Clásica (NMC): agentes optimizadores explícitamente considerados, formación racional de expectativas y todo ello encuadrado en un marco walrasiano en el que el vector de precios observado asegura la compatibilidad generalizada de los planes de los agentes (véase Lucas y Sargent, 1978 y Lucas, 1980).

Esta comunidad metodológica no impide considerar que los modelos COR son radicalmente diferentes de los de la NMC y han llegado a desplazarla casi por completo dentro del paradigma walrasiano en teoría de los ciclos y en macroeconomía, cometiendo una suerte de parricidio analítico.

Los principales elementos diferenciales de los modelos COR respecto a los de la NMC radican en su *diseño*, en el *origen de los 'shocks'* y en la metodología de *evaluación cuantitativa* que emplean.

En cuanto al *diseño*, los modelos COR pueden ser interpretados como modelos de crecimiento óptimo modificados de manera que incluyen mecanismos detallados generadores de persistencia. Así, como se vio en el capítulo anterior, mientras la NMC enfatiza el proceso creador de impulsos, descuidando un tanto el mecanismo de propagación, éste se encuentra bastante detallado en los modelos COR.

Por lo que respecta al *origen de los 'shocks'*, los modelos COR sólo consideran impulsos que afectan a la productividad de los factores, esto es, 'shocks' tecnológicos de carácter real frente a los impulsos monetarios de tipo nominal propios de la NMC.

En este sentido, los modelos COR son "monoteístas", exactamente igual que los de la NMC. Debe advertirse que existen versiones más recientes de estos modelos que incorporan varias fuentes (ortogonales) de fluctuación aunque, como se verá luego, esta ampliación modifica sustancialmente el carácter primigenio de los modelos y los sitúa en una categoría intermedia con rasgos "keynesianos".

Finalmente, por lo que se refiere a la metodología de *evaluación cuantitativa*, la más utilizada está basada en la determinación de los parámetros críticos del modelo utilizando, fundamentalmente, datos de corte transversal¹. A continuación, con el modelo calibrado, se simulan las series de interés y se comparan sus propiedades estadísticas con las correspondientes a la economía real.

¹ Este proceso se denomina "calibrado".

Esta forma de evaluar cuantitativamente los modelos resulta especialmente tosca si se compara con las que desarrollaron los teóricos de la NMC para dotar de contenido cuantitativo a los modelos que incorporan expectativas racionales (Hansen y Sargent, 1980, es un buen ejemplo). Como se examinará más adelante, este rasgo diferencial² de la teoría COR ha sido ampliamente criticado y se han propuesto algunas soluciones más ortodoxas y rigurosas desde un punto de vista estadístico.

Este capítulo se articulará de la forma siguiente. En la segunda sección se expone el modelo básico o canónico de COR. A continuación, se presentan las principales líneas de ampliación del modelo, tendentes tanto a dotarlo de un mayor realismo como a mejorar su ajuste a los datos. La sección cuarta trata los aspectos econométricos, prestando especial atención al tema del calibrado. Finalmente, en la sección cinco se evalúa el modelo y sus implicaciones empíricas.

4.2. EL MODELO BASICO

El modelo COR canónico toma como punto de partida la representación neoclásica del crecimiento económico y, especialmente, la versión de Solow (Solow, 1956, 1957), que constituye una explicación del proceso de variación secular de los principales agregados macroeconómicos (consumo, inversión, producción total) basada en:

- (a) una tecnología de producción agregada con rendimientos constantes a escala y con posibilidad de sustitución factorial,
- (b) mercados de bienes y servicios que operan bajo condiciones de competencia perfecta y con flexibilidad completa de precios,
- (c) igualdad "ex ante" entre inversión y ahorro que asegura, junto con (b), la ausencia de deficiencias keynesianas de demanda efectiva.

Este modelo genera las trayectorias de las citadas variables en función de la evolución de la fuerza de trabajo y del progreso técnico. Ambas se suponen exógenas al modelo. Además, se considera que el segundo adopta una forma intensificadora de la eficiencia del factor trabajo para que sea posible un crecimiento equilibrado (Jones, 1975).

Estos modelos de crecimiento resuelven los problemas de inestabilidad e imposibilidad de una plena utilización de los recursos planteados por los modelos precedentes y, en especial, por el de Harrod-Domar (Jones, 1975; Fanjul, 1983).

La investigación subsiguiente ha extendido el modelo neoclásico de crecimiento en dos direcciones complementarias:

- (a) planteando el proceso de crecimiento como un problema de control óptimo en el que un (hipotético) planificador social determina las sendas de acumulación de activos de manera que maximiza una funcional objetivo. Este planteamiento se debe originalmente a Ramsey, conociéndose desde entonces este enfoque como "modelo de Ramsey". Este modelo puede encontrarse detallado en Blanchard y Fischer (1989), Intriligator (1971) y Sala-i-Martin (1994);
- (b) modificando la estructura del modelo básico de manera que la causa última del crecimiento no resida en elementos exógenos al mismo, sino que sean sus constituyentes intrínsecos los que lo generen. Estos desarrollos han dado lugar a los llamados "modelos de crecimiento en-

² No sólo respecto a la NMC, sino a casi toda la cuantificación macroeconómica contemporánea.

dógeno", que modifican la tecnología disponible (bien a nivel agregado, bien a nivel microeconómico), endogeneizan el crecimiento de la población, consideran elementos de aprendizaje ('learning by doing') o externalidades debidas a la acción del gobierno (véanse Romer, 1989, 1990, 1994; Guellec, 1992 y Sala-i-Martin, 1994).

La solución de estos modelos no genera trayectorias oscilatorias, sino movimientos monótonos de aproximación a su estado estacionario (Intriligator, 1971; Gandolfo, 1971). Como se verá, han de ser modificados de forma que sean capaces de generar fluctuaciones alrededor de las tendencias implicadas por el modelo. Las modificaciones consisten en incorporar 'shocks' estocásticos persistentes y alargar los procesos de retorno hacia la senda de crecimiento del estado estacionario introduciendo mecanismos de respuesta distribuida y estructuras dicótomas.

Se va a exponer el modelo COR en tres etapas: en primer lugar, se describe la estructura o morfología del modelo; a continuación, se expone el método de solución o determinación del equilibrio; finalmente, se presentan las trayectorias de las variables del sistema y se caracteriza su dinámica cíclica. En este apartado se considerará una solución explícita, muy restrictiva, y una implícita, más general pero considerablemente más compleja.

4.2.1. Estructura del modelo COR

El modelo canónico COR (King et al., 1988a; McCallum, 1989; Blanchard y Fischer, 1989; Hairault, 1992; Stadler, 1994) se encuentra poblado por un número constante de individuos idénticos de vida infinita. Estos sujetos operan en un marco perfectamente competitivo dotado de flexibilidad completa en el vector de precios. La asunción de las hipótesis básicas del modelo walrasiano asegura el pleno empleo de los recursos y la ausencia completa de racionamientos cuantitativos y de los efectos multiplicadores o de desbordamiento asociados (véase el capítulo 2).

Su estructura de preferencias puede ser representada por la siguiente función de utilidad:

$$[1] \quad U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, 1 - N_t) \quad 0 < \beta < 1$$

siendo C_t la cantidad consumida del bien (compuesto) que produce esta economía y N_t el número de horas trabajadas, ambas en el período t . En consecuencia, $1 - N_t$ es el tiempo de ocio disfrutado.

La valoración del consumo y del ocio se produce a través de la función de utilidad instantánea $U(\cdot)$ cuyas propiedades son, para $i=1,2$:

$$[2] \quad U_i > 0 \quad U_{ii} < 0$$

$$U_i(0) = \infty \quad U_i(\infty) = 0 \quad (\text{condiciones de Inada})$$

Además, U es dos veces continua y diferenciable.

El factor de descuento β^t pondera las utilidades percibidas como función decreciente de su distancia respecto al momento presente ($t=0$).

Los agentes que pueblan esta economía organizan su producción de acuerdo con la siguiente función agregada:

$$[3] \quad Y_t = A_t F(K_t, X_t N_t)$$

donde Y es el 'output' agregado, K es el stock de capital y N las horas trabajadas. La especificación [3] incluye dos elementos exógenos: un factor de progreso técnico que incrementa la eficacia del factor trabajo (X) y un 'shock' que afecta a la productividad global de la economía, desplazando la función de producción completa (A).

Se asumirá que el primero evoluciona de manera determinista según [4] y el segundo de forma estocástica según [5]:

$$[4] \quad X_t = \gamma_X X_{t-1} \quad \gamma_X > 1$$

$$[5] \quad \ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t$$

con $|\rho_A| < 1$ y ε_t : iid $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

El componente X_t no es estacionario, mientras que A_t sí lo es. Obsérvese que el reflejar A_t como un AR(1) estacionario hace que sus impulsos o innovaciones tengan efectos transitorios, de media nula y variabilidad constante.

Por último, se considerará que la función $F(\cdot)$ presenta rendimientos constantes a escala y productividades marginales positivas pero decrecientes, para $i=1,2$ y $\forall \lambda > 0$:

$$[6] \quad \lambda Y_t = A_t F(\lambda K_t, \lambda X_t N_t)$$

$$F_i > 0 \quad F_{ii} > 0 \quad F_{12} > 0$$

$$F_i(0) = \infty \quad F_i(\infty) = 0$$

Además, F es dos veces continua y diferenciable.

Los agentes se enfrentan también a una restricción física sobre el uso de los recursos que, o bien acotan superiormente su uso, o bien establecen su no negatividad o definen condiciones iniciales:

$$[7a] \quad N_t \leq 1$$

$$[7b] \quad C_t + I_t = Y_t$$

$$[7c] \quad N_t \geq 0 \quad C_t \geq 0 \quad I_t \geq 0 \quad K_t \geq 0 \quad Y_t \geq 0$$

$$[7d] \quad K_0 \geq 0 \quad \text{dado}$$

En [7a] se normaliza el número máximo de horas de trabajo a la unidad. El equilibrio recursos-empleos se encuentra en [7b], donde I_t es la inversión neta. Las condiciones de no negatividad están en [7c] y la condición inicial del sistema es [7d].

Hasta ahora, todas las ecuaciones son estáticas. La dinámica del modelo se encuentra recogida en el proceso de acumulación de capital:

$$[8] \quad K_{t+1} = K_t - \delta_K K_t + I_t = (1 - \delta_K) K_t + I_t \quad 0 < \delta_K < 1$$

Naturalmente, $\delta_K K_t$ representa el consumo de capital fijo.

4.2.2. Determinación del equilibrio

Las hipótesis de precios flexibles, ausencia de externalidades y mercados concurrenciales y completos aseguran la equivalencia entre el equilibrio competitivo walrasiano y el óptimo de Pareto. En consecuencia, se pueden determinar las condiciones de máximo asociadas a este último con la garantía de que existe un vector de precios que sustenta el equilibrio competitivo (Debreu, 1959). Con individuos homogéneos, el problema se reduce a la maximización de la utilidad de un agente sujeto a las restricciones físicas y tecnológicas implicadas por la estructura de la economía. Esta formulación, debida a Ramsey, ha sido criticada (Solow, 1994) porque establece un paralelismo excesivo entre el problema (normativo) del planificador social (centralizado, omnisciente) y la descripción de economías industriales (descentralizadas, con problemas de coordinación y operando en mercados no competitivos). Este aspecto se ampliará en el capítulo siguiente.

En consecuencia, el equilibrio competitivo de esta economía se determina como solución del siguiente programa de máximo:

$$[9] \quad \begin{aligned} & \text{máx}_{C_t, N_t} E_0 [\sum_{t=0, \dots, \infty} \beta^t U(C_t, 1 - N_t)] \\ & \text{s.a.} \\ & K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + A_t F(K_t, X_t N_t) - C_t \end{aligned}$$

$$N_t \geq 0, C_t \geq 0, I_t \geq 0, K_t \geq 0, Y_t \geq 0, K_0 \geq 0 \text{ dado}$$

El programa expresado en [9] es un problema típico de control óptimo en el que han de determinarse las trayectorias de las variables de control (C_t y N_t), de forma que se maximice una funcional objetivo (la función de utilidad del agente representativo), sujeta a una ecuación de movimiento que recoge la dinámica de la variable de estado (K_t).

Como [9] involucra elementos estocásticos, debido a A_t , se maximiza el valor esperado en el período cero de la función de utilidad, condicionada al conjunto de información disponible en $t=0$. En consecuencia, $E[U | \Omega_0] = E_0[\cdot]$ es una expectativa racional, en el sentido definido en el capítulo anterior.

Se resolverá este problema aplicando el principio del máximo de Pontryagin (Intriligator, 1971; Sala-i-Martin, 1994). Esta técnica implica formular una funcional auxiliar, llamada Hamiltoniana, que encapsula el maximando que se encuentra bajo el sumatorio y las restricciones dinámicas³:

$$[10] \quad H = U(C_t, 1 - N_t) + \lambda_t [(1 - \delta_K) K_t + A_t F(K_t, X_t N_t) - C_t]$$

siendo λ_t la variable de coestado que puede interpretarse como el precio sombra del capital, ya que $\lambda_t[\cdot]$ tiene la forma precio[cantidad].

³ Para simplificar el problema, se asume positividad estricta en las variables N, C, I, K e Y , así como $K_0 > 0$.

Las condiciones de primer orden de máximo establecen (Intriligator, 1971):

$$[10a] \quad H_C = 0 \Rightarrow U_1(C_t, 1 - N_t) - \lambda_t = 0$$

$$[10b] \quad H_N = 0 \Rightarrow U_2(C_t, 1 - N_t) - \lambda_t A_t F_2(K_t, X_t N_t) = 0$$

$$[10c] \quad H_\lambda = K_{t+1} \Rightarrow K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + A_t F(K_t, X_t N_t) - C_t$$

$$[10d] \quad H_{K(t+1)} = -\nabla \lambda_{t+1} \Rightarrow \lambda_t = E_t [\beta \lambda_{t+1} (A_{t+1} F_1(K_{t+1}, X_{t+1} N_{t+1}) - 1 + \delta_K)]$$

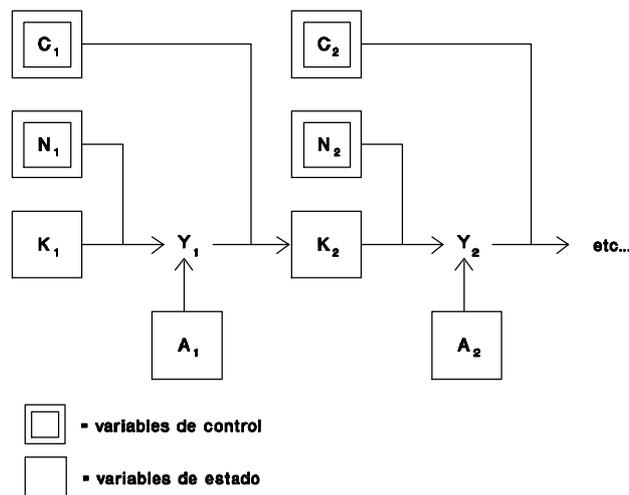
Estas condiciones quedan completas con una condición de transversalidad que establece que, asintóticamente, el valor (sombra) del stock de capital debe ser nulo. La lógica económica de esta condición se entiende mejor en el caso con horizonte de planificación finito: al terminar su intervalo de optimización, carece de sentido dejar activos sin utilizar o con valor, en consecuencia $\lambda_T K_T = 0$ (Sala-i-Martin, 1994). Volviendo al caso de horizonte infinito, la condición ha de sustituirse por un límite esperado:

$$[10e] \quad \lim_{j \rightarrow \infty} E_t [\beta^j \lambda_{t+j} K_{t+j}] = 0$$

La condición [10e] permite eliminar trayectorias explosivas en el sistema y garantiza la consistencia económica de la solución (Intriligator, 1971; Sala-i-Martin, 1994).

4.2.3. Trayectorias cíclicas

La estructura dinámica del sistema puede ser representada a través del siguiente diagrama, que expresa cómo evolucionan Y, C, K, N y Z período tras período, asumiendo K_1 dado:



En cada período, las familias determinan su esfuerzo laboral y su nivel de consumo de manera óptima. Dado el stock de capital, determinado el período anterior, y un 'shock' A_t , se genera un cierto nivel de producción Y_t . La inversión neta aparece como un residuo entre el 'output'

generado y el consumo. De esta manera, el stock de capital del siguiente período se obtiene añadiendo al capital existente no depreciado el volumen de inversión neta: $I_t = Y_t - C_t$.

Se buscará, en primer lugar, una ecuación de observación en una representación en el espacio de los estados. Dicha ecuación deberá reflejar la representación dinámica anterior y ser consistente con las condiciones de primer orden del problema de control planteado en la sección anterior. Su forma general será:

$$[11a] \quad K_{t+1} = K(K_t, A_t)$$

$$[11b] \quad C_t = C(K_t, A_t)$$

$$[11c] \quad N_t = N(K_t, A_t)$$

$$[11d] \quad \lambda_t = \lambda(K_t, A_t)$$

El sistema se completa con dos identidades:

$$[12a] \quad I_t = K_{t+1} - (1 - \delta_K) K_t$$

$$[12b] \quad Y_t = C_t + I_t$$

El sistema de ecuaciones dinámicas [10a]..[10e] no admite, en general, una solución explícita para K_{t+1} , C_t y N_t en términos de las variables de estado K_t y Z_t . Se requieren algunas hipótesis bastante restrictivas para obtenerla. Estas son:

H1: Utilidad logarítmica:

$$[13] \quad U(C_t, 1 - N_t) = \theta \ln C_t + (1 - \theta) \ln(1 - N_t) \quad 0 < \theta < 1$$

H2: Ausencia de progreso técnico:

$$[14] \quad X_0 = 1 \quad y \quad \gamma_X = 1 \quad \Rightarrow \quad X_t = 1 \quad \forall t$$

H3: Función de producción de tipo Cobb-Douglas:

$$[15] \quad A_t F(K_t, N_t) = A_t N_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1$$

H4: Depreciación completa del capital:

$$[16] \quad \delta_K = 1 \quad \Rightarrow \quad K_{t+1} = I_t$$

Incorporando las hipótesis H1..H4 en el sistema [10a]..[10d], se obtiene:

$$[17a] \quad \theta / C_t = \lambda_t$$

$$[17b] \quad (1 - \theta) / (1 - N_t) = \lambda_t A_t \alpha N_t^{\alpha-1} K_t^{1-\alpha}$$

$$[17c] \quad K_{t+1} = A_t N_t^\alpha K_t^{1-\alpha} - C_t$$

$$[17d] \quad \lambda_t = (1 - \alpha) \beta E_t [\lambda_{t+1} (A_{t+1} N_{t+1}^\alpha K_{t+1}^{-\alpha})]$$

Se mantiene la misma condición [10e] de transversalidad.

Las ecuaciones [11a] y [11b] compatibles con [17a]..[17d] pueden adoptar la forma:

$$[18a] \quad C_t = \pi_{10} A_t K_t^{1-\alpha}$$

$$[18b] \quad K_{t+1} = \pi_{20} A_t K_t^{1-\alpha}$$

Después de algunas manipulaciones algebraicas (McCallum, 1989), se obtiene:

$$[19a] \quad \pi_{10} = [1 - (1 - \alpha) \beta] n^\alpha$$

$$[19b] \quad \pi_{20} = (1 - \alpha) \beta n^\alpha$$

Nótese que se ha asumido $N_t = n$. Este hecho se deriva de que los incrementos del salario real asociados al avance de la productividad marginal del trabajo han de ser compatibles con un crecimiento nulo, a largo plazo, de las horas trabajadas⁴. La única forma de lograrlo consiste en la cancelación completa de los efectos renta y sustitución que sobre el esfuerzo laboral tienen los incrementos del salario real. De ahí dicha asunción.

Tomando logaritmos en [19a] y [19b], y teniendo en cuenta la estructura AR(1) de A_t , se tiene:

$$[20a] \quad \ln C_t = \alpha (1 - \rho_A) \phi_t + (1 - \alpha) (1 - \rho_A) \phi_0 + \\ + (1 - \alpha + \rho_A) \ln C_{t-1} - (1 - \alpha) \rho_A \ln C_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$[20b] \quad \ln K_{t+1} = \phi_0 (1 - \rho_A) + (1 - \alpha + \rho) \ln K_t - (1 - \alpha) \rho_A \ln K_{t-1} + \varepsilon_t$$

siendo $\phi_0 = \ln [(1 - \alpha) \beta n^\alpha]$ y $\phi_t = \ln \{ [1 - (1 - \alpha) \beta] n^\alpha \}$

Consiguientemente, asumiendo 'shocks' tecnológicos AR(1), se obtienen series AR(2) en las principales variables del sistema: C_t , K_{t+1} y, en consecuencia, Y_t e I_t (que coincide con K_{t+1} en esta versión restringida del modelo, ya que $\delta_K = 1$).

De esta manera, un modelo puramente real (sin factores monetarios y sin un vector de precios jugando un papel explícito) es capaz de generar movimientos comunes en los principales agregados del sistema⁵ que, además, son persistentes y, posiblemente, oscilatorios. Por lo tanto, los 'shocks' tecnológicos pueden ser fuente de fluctuaciones. Más difíciles de contestar son las preguntas: ¿qué son realmente tales impulsos?, ¿es su magnitud compatible con la evidencia empírica? y ¿son la única fuente de variabilidad?. En las secciones 3 y 4 se ofrecen algunas respuestas tentativas, dado el carácter aún abierto y controvertido de la investigación en este campo.

Para comprender mejor la mecánica económica de este modelo es conveniente olvidarse de las hipótesis H1..H4 y mantener la versión inicial que, como contrapartida, no admite una solución explícita del tipo [20a] y [20b]. La solución aproximada involucra los siguientes pasos (King et al., 1988a; Hairault, 1992):

1. Expresar todas las variables en forma intensiva, dividiéndolas por el término responsable del crecimiento (determinista) a largo plazo, X_t .

⁴ Recuérdese que la población de esta economía vive infinitos períodos y que su número no crece.

⁵ Nótese que, tanto C_t como K_{t+1} , responden a una innovación común, ε_t , en sus expresiones [20a] y [20b].

2. Resolver el problema de control modificado obteniendo las condiciones de primer orden análogas a [10a].-[10d].
3. Expresar cada variable como desviación respecto a su valor de equilibrio estacionario. Este paso equivale a aproximar el sistema no lineal [10a].-[10d] de forma lineal en torno a su equilibrio estacionario.
4. A partir de los resultados anteriores, se expresa el sistema en su representación en el espacio de los estados. Se considerará una ecuación de observación que relaciona las variables observadas con los estados A_t y K_t :

$$[21] \quad \begin{bmatrix} C \\ I \\ Y \\ N \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \pi_{CK} & \pi_{CA} \\ \pi_{IK} & \pi_{IA} \\ \pi_{YK} & \pi_{YA} \\ \pi_{NK} & \pi_{NA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ A \end{bmatrix}_t$$

El sistema se completa con la ecuación de transición:

$$[22] \quad \begin{bmatrix} K \\ A \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} \mu & \pi_{KA} \\ 0 & \rho_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ A \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix}_{t+1}$$

Recuérdese que las variables aquí expresadas están definidas como desviaciones respecto a sus trayectorias de crecimiento equilibrado. Representan, por lo tanto, trayectorias de aproximación estables.

Expresando [21] y [22] de forma matricial:

$$[21'] \quad Z_t = \pi S_t$$

$$[22'] \quad S_t = M S_{t-1} + \xi_t$$

con $Z_t = [C \ I \ Y \ N]_t'$, $S_t = [K \ A]_t'$ y $\xi_t = [0 \ \varepsilon]_t'$. π : 4x2 y M : 2x2 son las correspondientes matrices de parámetros de [21] y [22].

Las matrices π y M son función (no lineal y bastante compleja, por lo general) de los parámetros estructurales ('deep parameters') que, en el caso que incorpora H1..H4, serían: β (factor de descuento), θ (ponderación del consumo en la función de utilidad), α (participación del trabajo en la renta nacional), ρ_A (parámetro de persistencia), σ_ε^2 (varianza de la innovación del proceso del 'shock' tecnológico) y δ_K (tasa de depreciación del capital).

Las anteriores ecuaciones permiten comprender la mecánica económica del modelo. Un 'shock' tecnológico afecta a las variables macroeconómicas a través de dos canales: uno directo y otro indirecto, a través del stock de capital.

Así, un 'shock' favorable induce una mayor productividad global de los factores y, en consecuencia, un mayor volumen de producto disponible. Las familias responden distribuyendo este incremento a través del tiempo, aumentando tanto su consumo como su inversión. Asimismo, la mayor productividad marginal del trabajo y del capital da lugar a una sustitución de ocio y ahorro presentes por ocio y ahorro futuros, es decir, se incrementan tanto las horas trabajadas como la inversión⁶. Estos efectos refuerzan el impacto inicial sobre el 'output' y le otorgan persistencia.

Sin embargo, también existe un efecto indirecto importante al modificar el stock de capital respecto a su nivel de estado estacionario. Este efecto está reflejado en el parámetro π_{KA} .

La dinámica propia de K_t es de tipo AR(1) determinista, midiendo μ ($0 < \mu < 1$) la velocidad de retorno a su trayectoria de estado estacionario.

Los efectos de una desviación de K_t sobre Y_t , C_t , I_t y N_t son semejantes a los que se producen en el modelo neoclásico de crecimiento (véase, por ejemplo, Jones, 1975). Así, una divergencia positiva del stock de capital produce sendas desviaciones del 'output', del consumo, de la inversión y de las horas trabajadas respecto a sus niveles de estado estacionario, positivas para las dos primeras y negativas para las demás. Estas trayectorias monótonas duran lo mismo que el proceso de ajuste de K_t .

El efecto positivo sobre el 'output' refleja las posibilidades de producción expandidas. Asimismo, la menor productividad marginal del capital generada incentiva el consumo (sustitución de ahorro presente por ahorro futuro) y, paralelamente, reduce el nivel de inversión.

El efecto sobre las horas trabajadas es, en principio, ambiguo. El incremento de la productividad marginal del trabajo es positivo, lo que induce un incremento en las horas trabajadas. El mayor stock de capital produce un efecto de signo contrario (un efecto riqueza). Finalmente, la menor productividad del capital desincentiva la oferta de trabajo, ya que se obtiene una menor remuneración por los activos que se generan. Habitualmente, se considera que estos dos últimos efectos dominan al primero, haciendo que las horas trabajadas se reduzcan (transitoriamente) respecto a su nivel de equilibrio estacionario.

La combinación de ambos efectos hace que 'output', consumo, inversión y empleo tiendan a moverse en el mismo sentido que el 'shock'. Los valores concretos de las respuestas dependen de los parámetros contenidos en π y M que, a su vez, son función de los parámetros estructurales. Más adelante se examinará el método de calibrado y la robustez de las respuestas dinámicas que se acaban de describir.

4.3. EXTENSIONES DEL MODELO BASICO

El modelo COR canónico suele utilizarse ampliado con diversos mecanismos y con especificaciones más detalladas de algunos mercados. Naturalmente, el objetivo de tales extensiones es enriquecer la dinámica de las series (artificiales) asociadas al modelo y mejorar la capacidad de replicar las propiedades estadísticas de las series observadas.

A continuación se comentan las principales ampliaciones del modelo básico de COR. Estas se centran en cuatro aspectos fundamentales: mecanismos inductores de persistencia, especificación más detallada del mercado de trabajo, inclusión de fenómenos monetarios y utilización de varios 'shocks' como elementos impulsores del sistema.

⁶ Naturalmente, estos efectos son más intensos cuanto mayor es la elasticidad de sustitución intertemporal.

Otras líneas de desarrollo del modelo COR son: consideración de 'shocks' no estacionarios, incorporación del modelo en un marco de crecimiento endógeno, cálculo de equilibrios subóptimos debidos a la presencia de externalidades y/o fiscalidad distorsionadora, inclusión de agentes heterogéneos, consideración de fenómenos de rigidez de precios e introducción de elementos de competencia imperfecta.

Una panorámica de las cuatro primeras se encuentra en King et al. (1988b). Rotemberg y Woodford (1992) analizan la última, y Hairault y Portier (1993) examinan conjuntamente las dos últimas.

4.3.1. Mecanismos inductores de persistencia

Los principales mecanismos inductores de persistencia tratan de prolongar en el tiempo los efectos de los 'shocks' tecnológicos, bien sea haciéndolos más "pegajosos", o bien introduciendo retardos de gestación en el proceso productivo o en el de acumulación de capital.

La forma más inmediata consiste en considerar que los 'shocks' tecnológicos poseen un importante componente inercial. Por ello, se considera una especificación del tipo AR(1) con el coeficiente próximo a la unidad:

$$[23] \quad A_t = \rho_A A_{t-1} + \varepsilon_t \quad \rho_A \cong 1$$

Otro mecanismo consiste en incorporar respuestas distribuidas en la función de producción, cuya forma general es:

$$[24] \quad Y_t = A_t F[\psi_K(B) K_t, \psi_N(B) N_t]$$

donde $\psi(B)$ son polinomios definidos en el operador de desfase (B) (véase King y Plosser, 1984).

Retardos en el proceso de acumulación de capital también cumplen una función inductora de persistencia. Se considera que la inversión neta es una fracción de una decisión inicial de acumulación:

$$[25] \quad I_t = \theta(B) S_t$$

donde S_t representa los recursos destinados en el período t a la inversión; $\theta(B) = \theta_0 + \theta_1 B + \dots + \theta_J B^J$ es la función de retardos distribuidos que verifica: $\theta(1) = 1$ y $\theta_h > 0 \quad \forall h$; J representa el período de gestación. La ecuación de acumulación de capital sigue siendo:

$$[26] \quad K_t = (1 - \delta_K) K_{t-1} + I_t$$

Otro mecanismo consiste en incluir inventarios en la función de producción y requerir tiempo para que la inversión madure ('time-to-build', Kydland y Prescott, 1982):

$$[27] \quad I_t = S_{t-J}$$

$$[28] \quad V_t = \theta(B) (1 - B)^{-1} S_t - I_t$$

$$[29] \quad Y_t = A_t F(K_t, N_t, V_t)$$

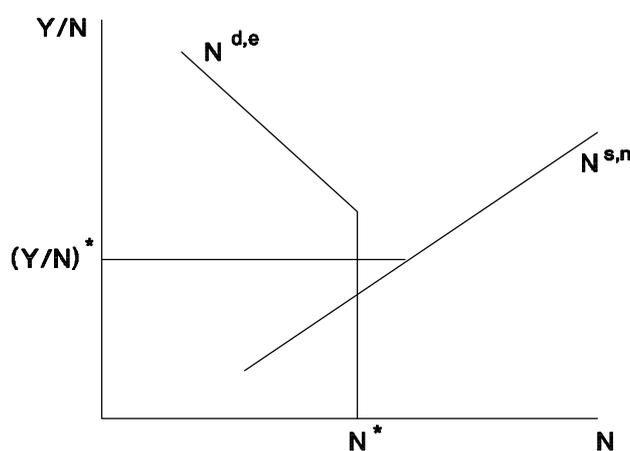
La expresión [28] representa el proceso de acumulación de inventarios, donde $(1 - B)^{-1} S_t$ actúa como acumulador de las decisiones de inversión. Cuando la inversión ha madurado, los inventarios descienden.

Finalmente, también se consideran fenómenos de atesoramiento de trabajo y costes de ajuste en el uso de este factor como elementos que acrecientan la inercia de las series generadas por el modelo (véase Fairise y Langot, 1994).

4.3.2. Especificación detallada del mercado de trabajo

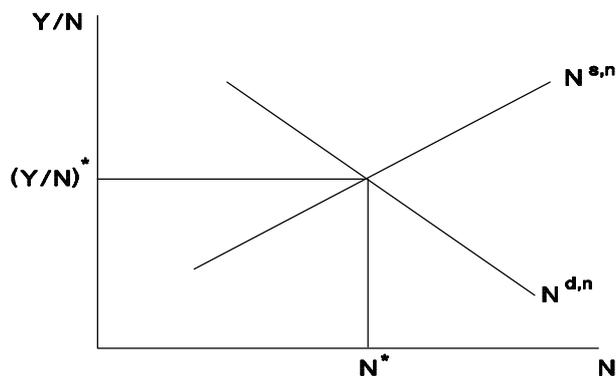
El modelo canónico de COR no es capaz de explicar adecuadamente dos rasgos empíricos de las economías industriales: la mayor volatilidad del empleo respecto a la productividad y la escasa o nula correlación entre empleo y productividad.

Este hecho viene dominando los debates macroeconómicos desde 1939 (con la publicación de los trabajos de Dunlop y Tarshis que los documentaron) y es fácilmente explicado por los modelos de equilibrio con racionamiento cuantitativo (ERC) examinados en el capítulo 2. Asumiendo un régimen keynesiano (determinación del 'output' y del empleo por las respectivas demandas efectivas), se obtiene una situación como esta:



En este modelo es fácil obtener una mayor variabilidad del empleo respecto a la productividad (y al salario real), acompañada por una débil correlación entre ambas.

En el modelo COR, las curvas de oferta y demanda de trabajo son tratadas simétricamente, tanto en su carácter (ambas nocionales) como en su forma (monótonas), como señala el siguiente gráfico:



El modelo COR, dominado por los 'shocks' tecnológicos, modifica rápida y profundamente $N^{d,n}$, pero no así $N^{s,n}$. Esto hace que la correlación entre Y/N y N sea elevada y positiva, y que las varianzas sean semejantes.

El modelo COR básico ha sido modificado en varios sentidos, con el objeto de mejorar su capacidad para reproducir los fenómenos observados. Los mecanismos incorporados son: *no separabilidad del ocio* (Kydland y Prescott, 1982), *trabajo indivisible* (Grilli y Rogerson, 1992), *'shocks' fiscales* (Christiano y Eichenbaum, 1992), *producción intrafamiliar* (Cho y Cooley, 1992) y *atesoramiento de trabajo* (Fairise y Langot, 1994). A continuación se procede a describirlos sumariamente, encontrándose un tratamiento más completo en Hansen y Wright (1992) y en Fairise et al. (1992).

4.3.2.1. No separabilidad del ocio

Una forma de mejorar el rendimiento empírico del modelo consiste en hacer la oferta de trabajo más sensible respecto a los cambios en el entorno económico de los hogares como resultado de los 'shocks' que recibe el sistema, esto es, intensificar el proceso de sustitución intertemporal de ocio y trabajo. En términos del gráfico anterior, se hace más móvil la curva $N^{s,n}$, dando como resultado una menor correlación entre N e Y/N .

Kydland y Prescott (1982) proponen sustituir la función de utilidad:

$$U_t = U(C_t, 1 - N_t)$$

que sólo considera consumo y ocio contemporáneos, por otra que toma como argumento una media ponderada del ocio presente y pretérito:

$$[30] \quad U_t = U [C_t , a(B) (1 - N_t)]$$

siendo $a(B) = a_0 + a_1B + a_2B^2 + \dots$, que verifica $a(1) = 1$.

Para obtener una representación más parsimoniosa que [30], se supone:

$$[31] \quad a_i = (1 - \omega) a_{i-1}$$

Resolviendo a_i recursivamente a partir de un valor inicial a_0 dado, se tiene:

$$[32] \quad a_i = (1 - \omega)^i a_0$$

Sustituyendo [32] en [30]:

$$[33] \quad U_t = U [C_t , a_0 \sum_{s=0..t} (1 - \omega)^{t-s} (1 - N_s)]$$

El efecto de la no separabilidad del ocio en la función de utilidad hace que los individuos estén más dispuestos a sustituir el ocio de un período por el de otro, con lo que las variaciones en el esfuerzo laboral serán más intensas que en el modelo con ocio separable.

Utilizando $a_0 = 0.35$ y $\omega = 0.1$, Hansen y Wright (1992) observan cómo ahora el empleo es más volátil que la productividad, si bien la correlación entre ambas variables sigue siendo positiva y muy elevada, aunque en menor medida que en el modelo básico.

4.3.2.2. Indivisibilidad del trabajo

Este mecanismo es una forma límite de recoger el hecho de que la mayor parte de la variabilidad de las horas trabajadas se debe a variaciones en el número de personas ocupadas, más que a cambios en el número de horas 'per cápita'.

Cada individuo trabaja $N_t=n$ horas ($0 < n < 1$), o no lo hace en absoluto ($N_t=0$). De esta manera, se reconoce la presencia (implícita) de importantes costes de ajuste del empleo, que dictaminan su indivisibilidad.

El número total de horas trabajadas será:

$$[34] \quad N_t = \pi_t n$$

siendo π_t ($0 < \pi_t < 1$) la probabilidad de que el agente representativo⁷ se encuentre empleado. En consecuencia, la función de utilidad esperada será:

$$[35] \quad E_0 U(C_t, 1 - N_t) = \pi_t U(C_{1t}, 1 - n) + (1 - \pi_t) U(C_{0t}, 1)$$

siendo C_{1t} y C_{0t} el consumo condicionado a estar empleado o desempleado, respectivamente. Por lo tanto, [35] es una función de utilidad que pondera el consumo y el ocio de ambas clases de individuos, utilizando como peso la probabilidad de cada estado.

Debe notarse que ahora sí existe heterogeneidad entre los individuos: los que trabajan y los que no lo hacen. Con el fin de mantener esta distinción irrelevante en términos del problema del planificador social, se asegura el consumo que los desempleados elijan. De esta manera, existen diferencias 'ex post' como resultado de la solución del modelo, pero no 'ex ante', manteniéndose válido el mecanismo de maximización de la utilidad del agente representativo.

El problema del planificador social es ahora:

$$[36] \quad \begin{aligned} & \underset{C_t, \pi_t}{\text{máx}} \quad \pi_t U(C_{1t}, 1 - n) + (1 - \pi_t) U(C_{0t}, 1) \\ & \text{s.a.} \\ & \pi_t C_{1t} + (1 - \pi_t) C_{0t} = C_t \\ & C_t + K_{t+1} - (1 - \delta_K) K_t = A_t F(K_t, N_t) \end{aligned}$$

⁷ Recuérdese que todos son idénticos 'ex ante'.

Bajo ciertas condiciones: $C_{1t} = C_{0t} = C_t$. Entonces, el planificador social determina π_t y C_t . Con ello, vía [34], fija N_t . Dado K_t y A_t , se obtiene el 'output'. El stock de capital del período siguiente se calcula detrayendo al producto así generado el consumo final, C_t , y el de capital fijo, $(1 - \delta_K)K_t$.

Debe hacerse notar que el planificador determina probabilidades, resultando un proceso semejante a una lotería que garantiza la homogeneidad 'ex ante' de los agentes y la aplicabilidad del método de Ramsey.

Este modelo hace mucho más volátiles las horas trabajadas en relación con la productividad, modificando exclusivamente el número de ocupados (lo que está más en consonancia con la evidencia empírica) y reduce la correlación entre ambas variables respecto al modelo básico. Sin embargo, igual que en el caso de no separabilidad del ocio, dicha correlación sigue siendo bastante elevada (Hansen y Wright obtienen 0.76).

4.3.2.3. 'Shocks' fiscales

La inclusión de 'shocks' fiscales tiene una doble motivación: por una parte, mejorar el comportamiento del modelo COR en el mercado de trabajo y, por otra, corregir algunas deficiencias teóricas y empíricas que surgen del uso de un único 'shock' de naturaleza tecnológica. Aquí se examina la primera motivación, mientras que la segunda es tratada en la sección 4.3.4.

Se asume un 'shock' fiscal, representado por un componente de gasto público (D_t) que modifica la restricción presupuestaria del planificador social, quedando ésta como sigue:

$$[37] \quad Y_t = C_t + I_t + D_t$$

Se supone la siguiente evolución para D_t :

$$[38] \quad \ln D_t = \gamma_G t + \ln G_t$$

$$\ln G_t = \rho_G \ln G_{t-1} + \xi_t$$

$$\xi_t: \text{iid } N(0, \sigma_\xi^2)$$

$$|\rho_G| < 1$$

$$E[\varepsilon_t \xi_s] = 0 \quad \forall t, s$$

La última condición asegura la ortogonalidad de los dos 'shocks'.

Asimismo, D_t está financiado por un impuesto a tanto alzado no distorsionador y no es un argumento de la función de utilidad del agente representativo. En este modelo, un incremento del gasto público desplaza el gasto privado, reduciendo la disponibilidad de bienes (interpretése [37] como $C_t + I_t = Y_t - D_t$). Este efecto riqueza negativo empobrece a las familias y, asumiendo normalidad en el ocio, estimula su oferta de trabajo.

De esta manera, el 'shock' tecnológico desplaza la demanda de trabajo, mientras que el fiscal afecta a la oferta de dicho factor. Habida cuenta de la ortogonalidad existente entre ambos impulsos, se reduce sustancialmente la correlación entre las series (simuladas) de productividad y empleo (0.49), aunque la variabilidad de ambas es muy semejante.

4.3.2.4. Producción intrafamiliar

Esta versión del modelo COR modifica tanto la función de utilidad como la tecnología. Considera que el consumo es de dos tipos: el de bienes adquiridos en el mercado (C_M) y el de bienes producidos en el propio hogar (C_H). Ambos penetran en la función de utilidad a través de una fórmula de elasticidad de sustitución constante:

$$[39] \quad C_t = [a C_{Mt}^e + (1 - a) C_{Ht}^e]^{1/e} \quad 0 < a, e < 1$$

La función de utilidad se define:

$$[40] \quad U(C_t, 1 - N_t) = \ln(C_t) + A \ln(1 - N_t) \quad A > 0$$

El tiempo disponible se asigna al ocio, al trabajo de mercado o al trabajo en el hogar, según:

$$[41] \quad 1 - N_t = 1 - N_{Mt} - N_{Ht}$$

Los bienes de mercado y los producidos en el hogar requieren tecnologías diferentes, aunque ambas de tipo Cobb-Douglas. Ambos procesos productivos se ven sometidos a 'shocks' no acoplados pero contemporáneamente correlacionados:

$$[42] \quad \ln C_{Mt} = A_{Mt} + \theta \ln K_{Mt} + (1 - \theta) \ln N_{Mt}$$

$$[43] \quad \ln C_{Ht} = A_{Ht} + \omega \ln K_{Ht} + (1 - \omega) \ln N_{Ht}$$

Los 'shocks' A_{Mt} y A_{Ht} siguen un proceso VAR(1) no acoplado:

$$[44] \quad \begin{bmatrix} A_M \\ A_H \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} \rho_{AM} & 0 \\ 0 & \rho_{AH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_M \\ A_H \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_H \\ \varepsilon_A \end{bmatrix}_t$$

Se asume $|\rho_{AM}| < 1$, $|\rho_{AH}| < 1$ y, frecuentemente, $\rho_{AM} = \rho_{AH}$. En cuanto a las innovaciones, se postula una distribución normal multivariante:

$$[45] \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_H \\ \varepsilon_A \end{bmatrix}_t \sim N \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_A^2 & \sigma_{AH} \\ \sigma_{AH} & \sigma_H^2 \end{bmatrix} \right]$$

Finalmente, el capital se acumula sólo en el sector mercantil, según:

$$[46] \quad C_{Mt} + I_t = A_{Mt} + \theta \ln K_{Mt} + (1 - \theta) \ln N_{Mt}$$

$$[47] \quad K_{t+1} = K_{M,t+1} + K_{H,t+1} = (1 - \delta_{KM}) K_{Mt} + (1 - \delta_{KH}) K_{Ht} + I_t$$

Como puede verse, este modelo COR es sensiblemente más complejo que su versión básica y su calibrado requiere disponer tanto de estudios detallados y fiables del uso del tiempo de las familias, como de series de stock de capital desagregadas por sectores institucionales.

Las simulaciones efectuadas con este modelo por Hansen y Wright reducen la correlación entre productividad y horas respecto al modelo básico (0.49) y producen series de horas trabajadas (mercantiles) más volátiles que las de productividad.

Los resultados dependen del valor de e y de la correlación entre los 'shocks' ($\sigma_{MH}/\sigma_M\sigma_H$). En dichas simulaciones, se asume $e = 0.8$ y $\text{corr}[A_{Mt}, A_{Ht}] = 0.7$. De esta manera, cuanto más sustituibles sean los dos tipos de consumo entre sí y menor sea la correlación entre los 'shocks', mayor será el grado de sustitución entre trabajo mercantil y no mercantil y, con ello, la volatilidad de las horas trabajadas. Asimismo, la función de oferta de trabajo se hará más sensible a los 'shocks' tecnológicos, reduciéndose la correlación entre empleo y productividad.

4.3.2.5. Atesoramiento de trabajo

Este fenómeno hace referencia a la relación desfasada del empleo respecto a la producción, debido a la presencia de costes de ajuste (por costes de selección, aprendizaje, despido, etc.). Asimismo, considera un nivel de esfuerzo endógeno en línea con los modelos del salario de eficiencia (véase, por ejemplo, García y Andrés, 1991).

La modificación se concentra en la función de producción, que se representa incluyendo empleo productivo (N_t^P) en vez de empleo total (N_t):

$$[48] \quad Y_t = A_t F(K_t, N_t^P)$$

con $F_i > 0$, $F_{ii} < 0$, $F_{12} > 0 \quad \forall i$. A_t es el 'shock' tecnológico, cuya especificación no varía.

El empleo productivo se define como el empleo eficiente medido en horas menos la parte detraída por costes de ajuste:

$$[49] \quad N_t^P = e_t N_t H - e_t N_t H \phi(Z_t)$$

donde e_t ($0 < e_t < 1$) es el nivel de esfuerzo; N_t es el número de personas contratadas; H es la duración de la jornada laboral; y $\phi(Z_t)$ es una función de ajuste que depende de la tasa de reemplazamiento: $Z_t = \ln(N_t / N_{t-1})$.

Una especificación de $\phi(Z_t)$ puede ser:

$$[50] \quad \phi(Z_t) = (\gamma/2) [\ln(N_t/N_{t-1})]^2 \quad \gamma > 0$$

De esta manera, como se comentó en 4.3.1., se introduce un mayor grado de persistencia en las series del modelo y se produce el mencionado desfase entre ambas. Estos costes de ajuste hacen que las horas trabajadas fluctúen más que la productividad, ya que gran parte del ajuste recae, especialmente a corto plazo, sobre ellas.

4.3.3. Inclusión de fenómenos monetarios

Como ya se ha comentado, uno de los rasgos más sobresalientes de los modelos COR es la irrelevancia de los agregados monetarios como causas principales de las fluctuaciones en la producción y el empleo. Este punto de vista contrasta fuertemente, tanto con la visión monetarista y de la Nueva Macroeconomía Clásica, como con la de la macroeconomía keynesiana y

de los equilibrios con racionamiento o, más llanamente, con toda la macroeconomía precedente.

Como se ha podido comprobar en los dos capítulos anteriores, los agregados monetarios pueden jugar un importante papel en la explicación de los movimientos de las variables reales. A veces, esta posibilidad queda excluida (por ejemplo, en el régimen clásico del modelo de Muelbauer y Portes) y, a veces, es tan importante que excluye otros factores potencialmente relevantes (por ejemplo, en el modelo de Lucas). Pero siempre, de una forma u otra, hay lugar para el dinero.

En los modelos COR, no. Tanto en su versión canónica como en las distintas versiones ampliadas, la fuente de variabilidad reside en los 'shocks' tecnológicos. En cuanto al papel del dinero en estos modelos, existen dos corrientes: una línea "blanda", que considera que ejerce un papel *secundario* y marginal, y una línea "dura", que no sólo no le atribuye papel causal alguno sino que, además, considera que sus movimientos pueden explicarse a partir de los de la actividad real, es decir, como un fenómeno de "causación inversa".

Esta segunda línea, más radical, parece dominar el escenario teórico y se encuentra muy bien expuesta en King y Plosser (1984). Dichos autores consideran un modelo COR en el que figuran tres agentes: empresas, familias e intermediarios financieros. En especial, la especificación de este último agente sigue las líneas esbozadas por la microeconomía de la industria bancaria (véase Baltensperger, 1980 y Mauleón, 1989).

Las empresas producen un bien⁸ (Y_{t+1}), utilizando capital (K_{Yt}), trabajo (N_{Yt}) y servicios financieros (F_{Yt}). Obsérvese que no es una función de producción instantánea: se requiere un período para generar el 'output' una vez empleados los factores. El 'input' F_{Yt} representa el ahorro de tiempo y recursos asociado a la contratación de gestores que lleven a cabo las transacciones y mantengan en orden la contabilidad. La función de producción contiene dos 'shocks' ortogonales: uno contemporáneo (ξ_{t+1}) y otro desfasado (ϕ_t); ambos se asumen del tipo AR(1) y con esperanza unitaria.

El programa de las empresas es:

$$[51] \quad \begin{aligned} & \underset{N,K,F}{\text{máx}} (V_t Y_{t+1} - W_t N_{Yt} + q_t K_{Yt} - \rho_t F_{Yt}) \\ & \text{s.a.} \\ & Y_{t+1} = Y (K_{Yt} , N_{Yt} , F_{Yt}) \phi_t \xi_{t+1} \end{aligned}$$

donde V_t es el precio, fijado en t , del 'output' que se producirá en $t+1$ (un "futuro"), y W_t , q_t y ρ_t son los precios de los factores.

El sector financiero produce sus servicios utilizando capital y trabajo de forma instantánea. De esta manera, se reconoce la mayor velocidad de ajuste de esta industria respecto a la productora de bienes finales. Su programa es:

$$[52] \quad \begin{aligned} & \underset{N,K}{\text{máx}} (\rho_t F_t - W_t N_{Ft} - q_t K_{Ft}) \\ & \text{s.a.} \\ & F_t = F (K_{Ft} , N_{Ft}) \end{aligned}$$

⁸ Bien compuesto que puede destinarse a consumo final (C_t) o a incrementar el stock de capital (I_t).

Las familias maximizan el valor racionalmente esperado en el período t de una función de utilidad intertemporal, sujeta a dos restricciones: una de ellas representa el proceso de acumulación de capital y la otra expresa la división del tiempo de trabajo entre actividades de mercado ($N_{Yt} + N_{Ft}$) y de no mercado (N_{tt}). Estas últimas tienen un coste de oportunidad, aproximado por W_t , y es el tiempo dedicado a realizar las transacciones (el "tiempo de la compra"). Así, se tiene:

$$[53] \quad \begin{aligned} \max_{N,C} \quad & U_0 = E_0 [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, 1 - N_t)] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & K_{t+1} = (1 - \delta_K) K_t + Y_t - C_t \\ & N_t = N_{tt} + N_{Yt} + N_{Ft} \end{aligned}$$

King y Plosser no resuelven este modelo, sino que deducen unas funciones de oferta y demanda completando la especificación [51]..[53] con una serie de hipótesis auxiliares que simplifican dicho proceso deductivo. Una de las más relevantes consiste en que el nivel de depósitos en el sistema bancario es proporcional al volumen de servicios financieros:

$$[54] \quad D_t = \gamma F_t \quad \gamma > 0$$

Para completar el modelo, se incluye un activo que es un sustituto imperfecto de los servicios bancarios, H_t , que equivale al dinero de alto poder. Se asume que la autoridad monetaria controla y determina este agregado.

Asimismo, se considera un mercado de bonos que maduran un período después y cuyo rendimiento nominal es R_t . Su formación se rige por la ecuación de Fisher:

$$[55] \quad R_t = r_t + E_t [\Delta P_t]$$

donde r_t es el rendimiento real (igual a la productividad marginal del capital) y $E_t[\Delta P_t]$ es la expectativa, formulada en t , de la tasa de inflación. Se asume, por simplicidad, que este último término es nulo, con lo que el rendimiento real y el nominal coinciden ($R_t = r_t$). El valor actual neto de un bono será: $R_t / (1 + R_t)$.

La minimización del coste de realización de las transacciones por parte de las familias, que son las únicas demandantes de efectivo, conduce a las siguientes funciones de demanda de servicios bancarios y de dinero de alto poder:

$$[56] \quad \begin{aligned} h_t &= h [R_t/(1 + R_t), \rho_t, W_t] Y_t \\ h_1 &< 0 \quad h_2 > 0 \quad h_3 > 0 \end{aligned}$$

$$[57] \quad \begin{aligned} F_{nt} &= \varphi [R_t/(1 + R_t), \rho_t, W_t] Y_t \\ \varphi_1 &> 0 \quad \varphi_2 < 0 \quad \varphi_3 < 0 \end{aligned}$$

El equilibrio en el mercado de dinero implica:

$$[58] \quad H_t / P_t = h_t = h[.] Y_t$$

de donde:

$$[59] P_t = H_t / (h[R_t/(1 + R_t), \rho_t, W_t] Y_t) = P(H_t, R_t, \rho_t, W_t, Y_t)$$

$$P_1 > 0 \quad P_2 > 0 \quad P_3 < 0 \quad P_4 < 0 \quad P_5 < 0$$

El modelo se cierra con una identidad que establece que la cantidad total de dinero (M_t) es la suma del efectivo (H_t) y los depósitos (D_t):

$$[60] \quad M_t = H_t + D_t$$

¿Cómo opera este modelo? Asumiendo un 'shock' tecnológico favorable ($\xi_t > 1$), se produce un incremento instantáneo del 'output', merced a la mayor productividad de los factores.

Desde el punto de vista de las familias, esta mayor disponibilidad de bienes es distribuída entre incrementos del consumo y de la inversión, según la sustituibilidad intertemporal del consumo. Como consecuencia, aumenta el volumen de transacciones y, con ello, los depósitos, habida cuenta de la proporcionalidad establecida en la ecuación [54].

Las empresas incrementan su demanda de factores, dada su mayor productividad. Esto se traduce también en un incremento del número de servicios financieros y, vía [54], de los depósitos.

De esta forma, en un clásico esquema de causación inversa, aparecen co-movimientos entre los patrones cíclicos del 'output', de los depósitos y del dinero (véase [60]), que encajan con la evidencia empírica.

El adelanto que se detecta a veces entre dinero y actividad es justificado por King y Plosser utilizando el 'shock' pretérito ϕ_{t-1} como fuente de fluctuaciones en Y_t .

De esta manera, la mayor productividad de los factores motiva a las empresas a utilizarlos más intensamente y, finalmente, a aumentar transacciones, depósitos y dinero. Este incremento anticipa al que registrará Y en el período siguiente, apareciendo M_t como indicador adelantado de Y_t . Dicho adelanto podría ser interpretado como evidencia de causalidad tipo Granger de M hacia Y , cuando realmente es al revés.

Por supuesto, este argumento descansa en una hipótesis 'ad hoc' sobre la naturaleza y dinámica de los 'shocks' tecnológicos, que es discutible, así como en el carácter más consumidor de tiempo de la producción de bienes finales en relación con la de servicios financieros.

La evolución del nivel general de precios dependerá de su elasticidad respecto a sus variables condicionantes (véase la ecuación [59]). Así, el incremento en el nivel de actividad estimula la demanda de efectivo y, dada una oferta fija de éste, se requiere un menor nivel de precios para asegurar el equilibrio en este mercado. Habitualmente, se considera que este efecto domina a todos los demás, apareciendo el nivel general de precios como una serie *anticíclica*. La prociclicidad requiere una demanda de dinero extremadamente sensible respecto al tipo de interés y no está completamente excluída 'a priori'.

La ecuación [59] refleja tanto el carácter neutral de la oferta de dinero controlada por el banco central (H_t afecta a P_t , pero no a Y_t), como el carácter puramente monetario de la inflación. En este modelo, Y_t evolucionará de acuerdo con una dinámica persistente y bastante autocorrelacionada pero transitoria, ya que los 'shocks' que la impulsan (ϕ_{t-1} , ξ_t) poseen estas características. En consecuencia, los efectos que produzca sobre P_t también las compartirán.

Sólo H_t puede, en principio, crecer sin tasa; todos los demás elementos (R_t , W_t y P_t) están asociados, en última instancia, a los movimientos de la productividad de los factores, que tienen las mismas características cualitativas que los del 'output'. Así, los movimientos *permanentes* de P_t estarán asociados sólo con los de H_t , mientras que los *transitorios* dependerán de H_t , Y_t y de todas las demás variables contenidas en [59].

La respuesta de las variables endógenas del modelo respecto a cambios en las exógenas (ϕ_{t-1} , ξ_t y H_t) puede resumirse en el siguiente cuadro:

Cuadro 1:
Respuesta a los impulsos en el modelo de King y Plosser

	ϕ_{t-1}	ξ_t	H_t
Y_t	+	+	0
C_t	+	+	0
I_t	+	+	0
N_t	+	+	0
M_t	+	+	+
P_t	-	-	+

4.3.4. Inclusión de 'shocks' adicionales

El término A_t recoge cambios globales en la productividad de los factores y es el elemento inductor de las fluctuaciones económicas. Su papel es, por lo tanto, crucial en la mecánica de los modelos COR y conviene examinar con detalle su naturaleza.

La función de producción utilizada en la sección 4.2. permite ilustrar la naturaleza de A_t :

$$[61] \quad Y_t = A_t F(K_t, X_t N_t)$$

Asumiendo que [61] es del tipo Cobb-Douglas y tomando logaritmos, se tiene:

$$[62] \quad \ln A_t = \ln Y_t - (1 - \alpha) \ln K_t - \alpha \ln N_t - \alpha \ln X_t$$

Se comprueba que A_t es la parte de variabilidad de Y_t que no viene explicada por variaciones en el uso de los factores ni por el progreso técnico acumulativo. Es el residuo de Solow no sistemático (Solow, 1957; Jones, 1975).

Dadas las series cronológicas de Y_t , K_t y N_t , y especificando valores para α y para γ_X , es posible estimar según [62] el residuo de Solow⁹, que se designará como A_t^e .

La naturaleza estadística del residuo de Solow (Eichenbaum, 1991) hace que resulte conveniente su parametrización a través de un proceso AR(1) casi no estacionario, capaz de reproducir la persistencia observada en dicho residuo:

$$[63] \quad \ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t : \text{iid } N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

⁹ Dado γ_X , es posible calcular X_t por recursión, partiendo de $X_0 = 1$.

Así, Hairault (1992) considera un valor de ρ_A de 0.95 para los Estados Unidos¹⁰ y de 0.98 para Francia.

Para completar la especificación de A_t , es preciso determinar el valor numérico de su varianza que, como ρ_A ya ha sido fijado, implica asignar un valor numérico a σ_ε^2 , de forma que:

$$[64] \quad \text{var } A_t^e = \sigma_\varepsilon^2 / (1 - \rho_A^2)$$

Por ejemplo, Hairault (1992) obtiene $\sigma_\varepsilon^2 = 0.9$ para Estados Unidos y Francia.

La naturaleza tecnológica o puramente de oferta del residuo de Solow estimado implica que debe ser ortogonal a cualquier indicador de demanda como, por ejemplo, el gasto público. La evidencia empírica, utilizando contrastes de causalidad tipo Granger, rechaza esta hipótesis (véase Hairault, 1992). La explicación sería que, en fases de expansión tras una contracción, el 'output' aumenta debido a una mayor utilización del capital instalado, que era inferior al cien por cien debido a una demanda insuficiente¹¹. Asimismo, fenómenos de atesoramiento de trabajo ya comentados (Fairise et al., 1992; Fairise y Langot, 1994) también contribuyen a explicar la falta de exogeneidad del residuo de Solow respecto a los 'shocks' de demanda.

Por estas razones y también para mejorar la capacidad explicativa de las características del mercado de trabajo por parte del modelo COR, se incorporan en el modelo 'shocks' fiscales de la forma vista en la sección 4.3.2.

4.4. ASPECTOS ECONOMETRICOS

Uno de los rasgos más destacados de la literatura sobre los modelos COR es la metodología estadística utilizada para validar cuantitativamente los modelos. El modelo COR puede ser expresado de la siguiente forma genérica:

$$[65] \quad Z_t = M [Z_{t-1}, \psi]$$

donde $Z_t: g \times 1$ son las variables explicadas por el modelo, tanto endógenas como exógenas ($Z_t = [Y \ C \ N \ I \ K \ A]_t'$ en el modelo de la sección 4.2.) y ψ es el vector de parámetros estructurales ($\psi = [\beta, \theta, \alpha, \delta_K, \gamma_X, \rho_A, \sigma_\varepsilon^2]$ en dicho modelo).

El procedimiento más utilizado por los teóricos de los COR consiste en fijar 'a priori' los valores numéricos de los parámetros estructurales ψ , obtener realizaciones de A_t (la variable exógena del modelo) y, utilizando la representación en el espacio de los estados, simular las restantes series de Z_t . Esta aproximación por simulación tiene sus antecedentes en el experimento de Adelman (véase King y Plosser, 1989; o Lucas, 1987) pero no era una técnica de uso corriente en macroeconomía.

El proceso de fijación numérica de ψ se denomina "calibrado" y utiliza, fundamentalmente, datos de sección cruzada provenientes de encuestas dirigidas a las empresas y a las familias, así como parámetros estimados mediante datos de panel (véanse, entre otros, Kydland y Prescott, 1982; Prescott, 1986; y Lucas, 1987).

¹⁰ Basándose en King et al. (1988a).

¹¹ Naturalmente, esta es la explicación "keynesiana" del fenómeno que propone la Nueva Economía Keynesiana.

La validación de los modelos COR calibrados según este procedimiento se limita a comparar la semejanza entre los momentos de segundo orden de las series simuladas (Z_t^e) y las observadas.

Esta metodología ha despertado entusiasmos y rechazos, incrementándose los segundos con el paso del tiempo. Así, dentro del primer grupo, Lucas (1987) y Hairault (1992) consideran que ésta es la aportación más sobresaliente de la metodología COR y la más duradera. Kydland y Prescott (1991), en un exceso de fervor, consideran que este método es **EL** verdadero método econométrico, relegando de un plumazo toda la econometría a una categoría llamada "enfoque de sistemas de ecuaciones", que sólo estima relaciones de forma reducida sin contenido estructural alguno.

El entusiasmo inicial generado por la validación basada en el calibrado y en la simulación tipo Monte Carlo ha ido dejando paso a críticas especialmente demoledoras. Así, Eichenbaum (1991) considera que esta "metodología de hechos estilizados"¹² es estadísticamente insuficiente, por ignorar el hecho de que los parámetros estimados son genuinas variables aleatorias, que han de ser estimadas de forma más rigurosa. Además, afirma que deben proporcionarse medidas de confianza respecto a las estimaciones puntuales.

Eichenbaum (1991), y Christiano y Eichenbaum (1992) utilizan una variante del método de los momentos para estimar los parámetros estructurales. Si $H[Z_t]$ es la transformación que genera los momentos de segundo orden del vector de series observadas, la determinación de los parámetros ψ debe generar series que, al aplicarles H , generen los mismos momentos:

$$[66] \quad H [Z_t] = H [Z_t^M] = H [M(Z_{t-1}^M, \psi^M)]$$

Utilizando este método, Eichenbaum (1991) llega a la conclusión de que los resultados de los modelos COR son poco robustos frente a la especificación del modelo, la muestra empleada y la incertidumbre asociada a las estimaciones ψ^M .

Asimismo, también considera que el residuo de Solow no es ortogonal a 'shocks' de demanda y señala (Eichenbaum, 1991, p. 618):

Consiguientemente, la contabilidad simple ('naive') del residuo de Solow sobrestima sistemáticamente el nivel de la tecnología en las expansiones, subestima sistemáticamente el nivel de la tecnología en las recesiones y sobrestima sistemáticamente la varianza del verdadero 'shock' tecnológico.

Canova et al. (1993) consideran que los modelos COR imponen restricciones a los parámetros de las representaciones VAR de las series y proponen contrastes de los mismos como forma de evaluar dichos modelos. En su ensayo encuentran que las restricciones implicadas por un modelo COR bastante sofisticado¹³ son todas rechazadas.

Como puede verse, a medida que se han confrontado los modelos COR con técnicas estadísticas más rigurosas, los resultados no son ya tan prometedores como cuando la comparación se realizaba con el método de los hechos estilizados.

¹² Suena mucho peor que el término "enfoque econométrico de equilibrio general" utilizado por Kydland y Prescott (1991).

¹³ Incluye funciones de utilidad que recogen la indivisibilidad del trabajo, el esfuerzo laboral variable y dos 'shocks': uno tecnológico y otro fiscal.

4.5. COMENTARIOS FINALES

Resulta bastante difícil efectuar una valoración sintética de los modelos COR, debido a que continúan siendo un área de investigación activa, tanto teórica como empírica. No obstante, con el fin de mantener el hilo del trabajo y centrar ideas respecto al contenido del próximo capítulo, se propone una evaluación tentativa.

Los principales aspectos positivos de los modelos COR son: el tratamiento refinado otorgado a los mecanismos de propagación que estaban prácticamente ausentes en los modelos ERC y NMC; ofrecer una conexión potencial con la teoría del crecimiento económico, lo cual permitiría integrar la explicación de la evolución secular con la cíclica; recordar y formalizar la relevancia de los 'shocks' tecnológicos como fuente de perturbaciones; introducir en el análisis macroeconómico técnicas de simulación como forma de evaluar los modelos teóricos y ofrecer una metodología integrada para el desarrollo de modelos dinámicos de equilibrio general basados en técnicas de control óptimo.

Los aspectos negativos surgen, principalmente, de llevar el entusiasmo inicial por los logros cuantitativos y metodológicos de los modelos COR a extremos próximos a la obsesión irrealista¹⁴. En este sentido, considerar la validación Monte Carlo como **LA** metodología econométrica es, simplemente, una exageración inadmisible que limita el desarrollo cuantitativo refinado y riguroso. Asimismo, el "monoteísmo tecnológico" no aparece justificado ni empírica ni conceptualmente. Este elemento, junto con una fe indebida en el modelo del planificador social en un contexto de equivalencia paretiana-walrasiana, ha minusvalorado la relevancia de los fenómenos de competencia imperfecta y de los 'shocks' fiscales y monetarios.

En el siguiente capítulo se expondrán algunas líneas de desarrollo que combinan conceptos keynesianos o nekeynesianos (rigidez nominal, competencia imperfecta e información incompleta) con las aportaciones técnicas y metodológicas de los modelos COR.

¹⁴ Algunos autores, por ejemplo Krugman (1994), consideran este extremismo como algo peligroso y lo comparan con algunos movimientos fundamentalistas religiosos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Baltensperger, E. (1980) "Alternative approaches to the theory of the banking firm", *Journal of Monetary Economics*.
- Blanchard, O.J. y Fischer, S. (1989) *Lectures on macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge, Massachussets, U.S.A.
- Canova, F., Finn, M. y Pagan, A.R. (1993) "Evaluating a real business cycle model", European University Institute, WP ECO 93/22.
- Christiano, L.J. y Eichenbaum, M. (1992) "Current RBC theories and aggregate labor market fluctuations", *American Economic Review*, vol. 82, n. 3, p. 430-450.
- Cho, J-O. y Cooley, T.F. (1992) "Empleo y horas: un enfoque de ciclos económicos", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 51, p. 26-37.
- Debreu, G. (1959) *Theory of value*, Wiley, New York, U.S.A. (traducido por A. Bosch).
- Eichenbaum, M. (1991) "Real business cycle theory. Wisdom or whimsy?", *Journal of Economic Dynamics and Control*, n. 15, p. 607-626.
- Fairise, X., Hénin, P.Y. y Langot, F. (1992) "Les modèles de cycle réel peuvent-ils expliquer les fluctuations de l'emploi et de la productivité?", *Economie et Prévision*, n. 106, p. 23-40.
- Fairise, X. y Langot, F. (1994) "Labor productivity and the business cycle: can R.B.C. models be saved?", *European Economic Review*, n. 38, p. 1581-1594.
- Fanjul, O. (1983) "Keynes y la moderna teoría del crecimiento", *Información Comercial Española*, n. 593, p. 85-91.
- Gandolfo, G. (1971) *Mathematical methods and models in economic dynamics*, North Holland, Amsterdam, Holanda (traducido por Tecnos).
- García, J. y Andrés, J. (1991) "Una interpretación de las diferencias salariales entre sectores", *Investigaciones Económicas*, vol. XV, n. 1, p. 143-169.
- Grilli, V. y Rogerson, R. (1992) "Trabajo indivisible, experiencia y asignaciones intertemporales", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 51, p. 37-51.
- Guellec, D. (1992) "Croissance endogène: les principaux mécanismes", *Economie et Prévision*, n. 106, p. 41-50.
- Hairault, J.O. (1992) "Présentation et evaluation du courant des cycles réels", *Economie et Prévision*, n. 106, p. 1-22.

- Hairault, J.O. y Portier, F. (1993) "Money, new-keynesian macroeconomics and the business cycle", *European Economic Review*, n. 37, p. 1533-1568.
- Hansen, L.P. y Sargent, Th. J. (1980) "Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 2.
- Hansen, G.D. y Wright, R. (1992) "El mercado de trabajo en la teoría de los ciclos económicos reales", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 51, p. 5-25.
- Intriligator, M.D. (1971) *Mathematical optimization and economic theory*, Prentice Hall, New York, U.S.A. (traducido por Prentice Hall International).
- Jones, H. (1975) *Modern theories of economic growth*, Mc Graw Hill, New York, U.S.A. (traducido por A. Bosch).
- King, R.G. y Plosser, Ch.I. (1984) "Money, credit and prices in a real business cycle", *American Economic Review*, vol. 7, n. 3, p. 363-380.
- King, R.G., Plosser, Ch.I. y Rebelo, S.T. (1988a) "Production, growth and business cycles I: the basic neoclassical model", *Journal of Monetary Economics*, n. 21, p. 195 - 232.
- (1988b) "Production, growth and business cycles II: new directions", *Journal of Monetary Economics*, n. 21, p. 309 - 342.
- King, R.G. y Plosser, Ch. I. (1989) "Real business cycles and the test of the Adelmans", University of Rochester, mimeo.
- Krugman, P.R. (1994) *Peddling prosperity*, Norton and Co., New York, U.S.A. (traducido por Ariel).
- Kydland, F.E. y Prescott, E.C. (1982) "Time-to-build and aggregate fluctuations", *Econometrica*, vol 50, n. 6, p. 1345-1370.
- (1991) "El análisis econométrico del enfoque de equilibrio general de los ciclos económicos", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 48, p. 125-142.
- Lucas, R.E. y Sargent, Th. J. (1978) "La macroeconomía después de Keynes", *Cuadernos Económicos de ICE* n. 24.
- Lucas, R.E. (1980) "Methods and problems in business cycle theory", *Journal of Money, Credit and Banking* n. 12.
- (1987) *Models of business cycles*, Basil Blackwell, Oxford, U.K. (traducido por Alianza Editorial).
- Mauleón, I. (1989) *Oferta y demanda de dinero: teoría y evidencia empírica*, Alianza Editorial, Madrid, España.
- McCallum, B.T. (1989) "Real business cycles models", en Barro, R.J. (Ed.) *Modern business cycle theory*, Basil Blackwell, Oxford, U.K.
- Prescott, E.C. (1986) "Theory ahead of business cycle measurement", en Brunner, K. y Meltzer, A.H. (Eds.), *Real business cycles, real exchange rates and actual policies*, North Holland, Netherlands.
- Romer, P.M. (1989) "Capital accumulation in the theory of long-run growth", en Barro, R.J. (Ed.) *Modern business cycle theory*, Basil Blackwell y Harvard University Press, Oxford, U.K.

- (1990) "Rendimientos crecientes y nuevos desarrollos en la teoría del crecimiento", *Cuadernos Económicos de ICE*, n. 46, p. 279-305.
- (1994) "The origins of endogenous growth", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, n. 1, p. 3-22.
- Rotemberg, J. y Woodford, M. (1992) "Oligopolistic pricing and effects of aggregate demand on economic activity", *Journal of Political Economy*, n. 100, p. 1153-1207.
- Sala-i-Martin, X. (1994) *Apuntes de crecimiento económico*, Antoni Bosch, Barcelona, España.
- Solow, R.M. (1956) "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, n. 1, p. 65-94.
- (1957) "Technical change and the aggregate production function", *Review of Economics and Statistics*, vol. 39, n. 3, p. 312-20.
- (1994) "Perspectives on growth theory", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, n. 1, p. 45-54.
- Stadler, G.W. (1994) "Real business cycles", *Journal of Economic Literature*, vol. XXXII, p. 1750-1783.