



**PROCESO SELECTIVO CONVOCADO POR RESOLUCIÓN DE 22 DE
DICIEMBRE DE 2024, DE LA SUBSECRETARÍA DE ECONOMÍA, COMERCIO Y
EMPRESA (BOE 30 DE DICIEMBRE DE 2024)**

**SEGUNDO EJERCICIO DE LA FASE DE OPOSICIÓN DE DIPLOMADOS EN ESTADÍSTICA
DEL ESTADO. PROMOCION INTERNA ESPECIALIDAD ESTADISTICA
CUESTIONARIO 2025/DEE-PI-ESTADISTICA**

AVISO IMPORTANTE PARA LOS OPOSITORES

1. De conformidad con lo establecido en las bases de la convocatoria, deberá elegir y contestar un máximo de **SEIS (6) cuestiones prácticas de las 8 planteadas**. En caso de que exceda el número máximo de cuestiones elegidas, el Tribunal solo corregirá las seis primeras preguntas respondidas, según el orden establecido en el cuestionario del examen, desechando en su caso, el resto de las respuestas. En caso de responder una pregunta que NO quiere que se le corrija, táchela claramente para que el Tribunal lo tenga en cuenta.
2. El tiempo máximo para la realización de este ejercicio es de **130 minutos**.

CUESTIONES PRACTICAS BASADAS EN EL PROGRAMA DEL ANEXO I

Cuestión práctica 1.

Sean X e Y dos variables aleatorias cuya función conjunta de densidad es la siguiente:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} k \cdot x, & 0 < x < y < 2 \\ 0, & \text{resto de casos} \end{cases}$$

Donde k es una constante de valor desconocido. Obtenga razonadamente:

- a) El valor de k .
- b) La distribución marginal de Y.
- c) $P(X < 0,5 / Y = 1)$
- d) Una aproximación de $P(\sum_{i=1}^{100} W_i < 100)$, siendo $W_1, W_2, \dots, W_{100}$, un total de 100 variables aleatorias independientes con idéntica distribución a X.

Cuestión práctica 2.

En un estudio estadístico se dispone de información de dos variables: X e Y. Se han resumido los datos en la siguiente tabla:

x_i	y_j	n_{ij}
10-30	0-10	3
10-30	10-20	3
30-50	10-20	2
50-110	20-30	2

Además, se han realizado algunos cálculos relativos a los momentos bidimensionales respecto al origen a_{rs} en relación a la citada información (r es el orden para la variable X, y s es el orden para la variable Y):

$$a_{10} = 36 \quad a_{20} = 1.840 \quad a_{01} = 14 \quad a_{02} = 245 \quad a_{11} = 640$$

Se está interesado en realizar predicciones de la variable Y utilizando la información de la variable X. Responda razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) Obtenga la recta de regresión de Y sobre X que minimice la varianza residual.
- b) Considere las variables Z y W, que se definen como sigue:
 $Z=2X$ $W=Y+3$

Calcule la recta de regresión de W sobre Z que minimice la varianza residual.

Cuestión práctica 3.

Un grupo de científicos militares trabajan desarrollando una bomba antes de que lo hagan sus enemigos. Los datos recolectados en 25 pruebas experimentales sugieren que la energía liberada (en kilotones) sigue una distribución normal de media y varianza desconocida.

Las mediciones obtenidas para la media y cuasidesviación típica muestral son las siguientes:

$$\bar{x} = 20,75 \text{ kilotones}$$

$$s_c = 1,25 \text{ kilotones}$$

- Calcule un intervalo de confianza del **95%** para la media de la energía liberada en las explosiones experimentales.
- Se necesita que la energía media liberada supere los **20 kilotones**. Realice un contraste de hipótesis con un nivel de significación del **5%**. ¿Deben los científicos continuar perfeccionando de la bomba, o la energía liberada es suficiente?
- Calcule la región de rechazo para la media, $\bar{x}$, con un nivel de significación de $\alpha = 0,01$. Tenga en cuenta que ahora se sabe que la desviación típica poblacional es $\sigma = 1,5$. La región de rechazo tiene la forma:
$$RC = \{Z > Z_{\alpha}\}$$
- Si exigimos que el valor superior de la función de potencia sea de **0,0013**, ¿qué media $\bar{x}$ de energía liberada necesitamos alcanzar en **4 pruebas extra** que se vuelven a realizar?

NOTA: Se proporcionan los siguientes valores que pueden ser de utilizad para la resolución de esta cuestión práctica.

Valores tabla t de Student

$$t_{24;0,025} = 2,064 ; t_{24;0,05} = 1,711 ; t_{25;0,025} = 2,060 ; t_{25;0,05} = 1,708$$

Valores tabla Normal

$$Z_{0,05} = 1,64 ; Z_{0,025} = 1,96 ; Z_{0,01} = 2,33 ; Z_{0,0013} = 3$$

Cuestión práctica 4.

Se dispone de la siguiente información de una economía (en unidades monetarias):

	TOTAL u. m.
Producción	1.700
Consumos intermedios	700
Remuneración de los asalariados	525
Remuneración de los asalariados residentes que trabajan para unidades no residentes	17
Remuneración de los asalariados no residentes que trabajan para unidades residentes	7
Excedente Bruto de Explotación / Renta mixta	425
Impuestos	
- Impuestos sobre los productos	400
- Impuestos sobre la producción y las importaciones	350
Subvenciones	
- Otras subvenciones a los productos	300
- Subvenciones a la producción y las importaciones	200
Rentas netas de la propiedad pagadas al resto del mundo	15
Consumo final efectivo individual	450
Consumo final efectivo colectivo	350

Se pide calcular:

- Valor Añadido Bruto a precios básicos.
- Producto Interior Bruto a precios de mercado de la economía. Debe obtenerse utilizando el Valor Añadido Bruto del apartado anterior.
- Renta Nacional Bruta.
- Gasto en Consumo Final.
- Completar la Cuenta de producción y la Cuenta de explotación de la economía, incluyendo sus saldos.

Cuestión práctica 5.

Considere un monopolista con costes totales $C(q) = 2q + 1$ que se enfrenta a una curva de demanda $P(q) = 10 - q$.

- a) Halle el equilibrio (precio y cantidad) del monopolio.
- b) Halle el excedente total del monopolio y la pérdida irrecuperable de eficiencia.
- c) Halle la función de costes medios e indique los valores de q para que este monopolio sea considerado un monopolio natural.
- d) La autoridad gubernamental propone una regla de fijación de precios consistente en igualar el precio al coste marginal. Cuantifique cómo varía el excedente total del mercado como consecuencia de dicha política.

Cuestión práctica 6.

En la oficina estadística de un país europeo se dispone de los siguientes datos:

	HOMBRES					MUJERES				
	TOTAL	Menor o igual a 14 años	De 15 a 44 años	De 45 a 64 años	65 y más años	TOTAL	Menor o igual a 14 años	De 15 a 44 años	De 45 a 64 años	65 y más años
Población media residente en 2024 en miles de personas	9.500	1.900	4.750	1.900	950	10.000	1.800	4.300	2.300	1.600
Defunciones de residentes registradas durante el año 2024	78.755	380	2.375	9.500	66.500	88.370	180	1.290	6.900	80.000

Teniendo en cuenta estos datos, se pide:

- 1. Calcule las tasas específicas de mortalidad por grupos de edad y sexo.
- 2. Usando las tasas del apartado anterior, calcule la tasa bruta de mortalidad por sexo.
- 3. Si tenemos en cuenta las tasas específicas de mortalidad del primer apartado y que la tasa bruta de mortalidad en mujeres es superior a la tasa bruta de mortalidad en hombres, explique cómo se comporta la mortalidad entre ambos sexos. ¿Por qué la mortalidad diferencial por sexo no tiene la misma tendencia en las tasas brutas por sexo que en las tasas específicas por sexo y edad? Explique una mejor forma de hacer la comparativa de las tasas por sexo en este caso.

NOTA: Puede dejar los cálculos de las tasas sin llegar a sus cifras decimales siempre que se indique de forma clara y concisa y cómo ha llegado hasta ellos.

Cuestión práctica 7.

Consideramos los sistemas de representación de números enteros magnitud y signo, complemento a uno y complemento a dos, con 8 bits.

- Explique las diferencias entre estos tres métodos.
- Represente el número entero **-93** con los tres métodos mencionados.
- En un sistema binario (sin bit para signo), ¿A qué valor decimal exacto equivale el número **101010,101**?

Cuestión práctica 8.

El propietario de una finca de naranjos está preocupado por los daños causados por una DANA, y para evaluar dicho desastre decide contratar los servicios de dos estadísticos, A y B, que realizarán un muestreo.

El dueño de la finca les proporciona la siguiente tabla, estratificada según la variedad:

Estratos (variedad)	Número de árboles de la población (N_h)	Proporción estimada de árboles afectados
1	10.000	0,7
2	6.000	0,4
3	4.000	0,15

Si el estadístico A es partidario del muestreo estratificado sin reemplazamiento con afijación proporcional, calcule:

- El tamaño de muestra total que debería utilizar para tener la misma precisión $e = 0,01$ con la que estimaría P en una muestra aleatoria simple sin estratificar.
- El tamaño muestral de cada estrato.

Por otra parte, el estadístico B prefiere el muestreo estratificado con reemplazamiento y afijación óptima. Sin embargo, su material de trabajo lo alquila.

Calcula que, para visitar cada estrato, los costes serán:

$$C_1 = 4 \text{ € por árbol}$$

$$C_2 = 4 \text{ € por árbol}$$

$$C_3 = 9 \text{ € por árbol}$$

- Calcular el tamaño muestral de cada estrato, si el tamaño de muestra total es el mismo que quiere utilizar el estadístico A.