



MINISTERIO
DE ECONOMÍA, COMERCIO
Y EMPRESA

INE
Instituto Nacional de Estadística

Oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos de Estado

Segundo Ejercicio

Convocatoria de la oferta pública de empleo de 2024

Resolución de 22 de diciembre de 2024, de la Subsecretaría, por la que se convocan procesos selectivos para ingreso, por el sistema de acceso libre y promoción interna, en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. (BOE 31 de Diciembre de 2024)

Cuestión 1. Se considera una población finita de tamaño N , compuesta por unidades ordenadas de acuerdo con una variable de interés definida por:

$$y_k = k, \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N.$$

donde los parámetros poblacionales de esta variable son:

- Media: $\mu_y = \frac{N+1}{2}$,
- Varianza: $\sigma_y^2 = \frac{(N-1)(N+1)}{12}$.

Además, se supone que $N = n \cdot a$, con $n, a \in \mathbb{N}$.

El objetivo es analizar la varianza del estimador de Horvitz-Thompson de la media poblacional bajo distintos esquemas de muestreo. Para ello, se plantea:

- (a) Suponiendo que se selecciona una muestra aleatoria simple sin reemplazamiento de tamaño n , deduzca la expresión de la varianza del estimador de Horvitz-Thompson de la media poblacional en este caso.
- (b) La población se divide en n estratos consecutivos de tamaño a , de acuerdo al orden según la variable de interés, extrayéndose una unidad aleatoriamente por estrato. Deduzca la varianza del estimador de Horvitz-Thompson de la media poblacional en el muestreo estratificado descrito, sabiendo que la varianza poblacional dentro de cada estrato es $\sigma_i^2 = \frac{a^2-1}{12}, \forall i = 1, \dots, n$.
- (c) Suponer que se selecciona una muestra de tamaño n mediante muestreo sistemático con probabilidades iguales aplicado sobre la población ordenada de acuerdo a la variable de interés. Obtenga la varianza del estimador de Horvitz-Thompson de la media poblacional en este caso.
- (d) Compare los tres planes de muestreo y justifique cuál resulta más adecuado en la situación planteada.

Observación:

Sea $n \in \mathbb{N}$. Entonces se verifican las siguientes identidades:

- La suma de los primeros n números naturales está dada por:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

- La suma de los cuadrados de los primeros n números naturales está dada por :

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Cuestión 2. Un investigador está analizando la duración (en horas) de cierto tipo de bombillas LED. Se asume que la duración de las bombillas sigue una distribución exponencial con parámetro λ . Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño $n = 10$, con los siguientes datos (en horas):

$$\{88, 102, 96, 91, 110, 85, 99, 107, 95, 100\}$$

El fabricante afirma que el tiempo medio de vida es de al menos 100 horas.

- (a) Obtenga en el contexto de este problema, el valor del parámetro λ y qué significado tiene el mismo.
- (b) Formule el contraste de hipótesis para comprobar si los datos contradicen la afirmación del fabricante utilizando un contraste de razón de verosimilitudes.
- (c) Calcule la función de verosimilitud bajo la hipótesis nula y bajo la alternativa (en este caso usa el estimador máximo verosímil)
- (d) Calcule el estadístico de razón de verosimilitudes y determine si se rechaza H_0 al nivel $\alpha = 0,05$.
- (e) Interprete el resultado en el contexto del problema.

Cuestión 3. .

- (a) Sea un sistema de representación binario de números enteros con **8 bits en complemento a dos**. Indicar detalladamente como realizar la operación: **45** – **84** en este sistema, así como el resultado final.
- (b) Se quiere expresar el número entero **-315** en un sistema binario en complemento a dos, ¿cuál es el número **mínimo** de bits que se necesitan?
- (c) Se quiere representar el número **6.25** en un sistema binario normalizado de números **punto flotante de 32 bits**. El primer bit es el del signo, los siguientes 8 bits representan el exponente (con un sesgo de 127) y los restantes bits la mantisa. Indicar detalladamente los pasos para representarlo y el resultado final .

Cuestión 4. En un país P , se han registrado los datos de población por edad y de nacimientos por edad de la madre, que se proporcionan en la tabla. Las cifras están expresadas en miles de personas. A partir de esos datos, calcule los siguientes indicadores:

- Tasa bruta de natalidad.
- Ratio de masculinidad al nacimiento.
- Tasa global de fecundidad.
- Tasa específica de fecundidad para el grupo de edad “De 30 a 34 años”.
- Índice sintético de fecundidad: indique dos formas de obtenerlo y calcúlelo utilizando la forma abreviada.
- Tasa bruta de reproducción: indique dos formas de obtenerla y calcúlela utilizando la forma abreviada.

¿Qué información necesitaría para poder calcular la tasa neta de reproducción?

(Miles de personas)	Nacimientos 2023			Población 01/01/2023			Población 01/01/2024		
	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres	Total	Hombres	Mujeres
Menos de 15	0	0	0	3.269	1.682	1.587	3.216	1.655	1.561
De 15 a 19	3	1	1	1.281	661	621	1.323	683	640
De 20 a 24	13	6	6	1.252	645	607	1.302	670	632
De 25 a 29	28	14	14	1.287	655	633	1.312	669	643
De 30 a 34	53	27	26	1.400	705	695	1.420	717	703
De 35 a 39	47	24	23	1.543	769	774	1.535	766	769
De 40 a 45	16	8	8	1.870	938	932	1.819	910	909
De 45 a 49	2	1	1	2.028	1.024	1.004	2.050	1.033	1.017
50 o más	0	0	0	10.115	4.706	5.409	10.337	4.813	5.524
De 15 a 49	160	82	78	10.659	5.395	5.264	10.758	5.447	5.312
Total	160	82	78	24.042	11.783	12.260	24.310	11.914	12.396

Cuestión 5. La estimación más reciente del Producto Interior Bruto a precios de mercado (PIBpm) para el año 2023 de la Contabilidad Nacional Anual de España fue de 1.498 miles de millones €(mm€). Se dispone, además, de la siguiente información por ramas de actividad en las mismas unidades:

Agricultura, ganadería, silvicultura y pesca:	
Consumos Intermedios	38
Valor añadido bruto	37
Remuneración de los asalariados:	8
Otros impuestos netos sobre la producción:	-6
Industria:	
Consumos Intermedios	603
Remuneración de los asalariados:	98
Otros impuestos netos sobre la producción:	1
Construcción:	
Consumos Intermedios	122
Valor añadido bruto	81
Remuneración de los asalariados:	48
Otros impuestos netos sobre la producción:	3
Servicios:	
Consumos Intermedios	679
Valor añadido bruto	1.029
Remuneración de los asalariados:	562
Otros impuestos netos sobre la producción:	16
Otra información contable disponible:	
Formación bruta de capital:	315
Importaciones de bienes y servicios:	511
Saldo de intercambios exteriores de bienes y servicios	-59
Excedente de explotación bruto/Renta mixta bruta de la economía	639

Se pide:

- Calcular el valor añadido bruto de la industria.
- Elaborar la cuenta de bienes y servicios de la economía simplificada para ese año.
- Sabiendo que en 2023 la tasa de variación interanual del índice de volumen encadenado del PIBpm fue del 2,7% y que el empleo equivalente a tiempo completo experimentó un aumento del 3,27%. ¿Qué se podría decir del comportamiento de la productividad en ese año?

Cuestión 6. Las autoridades municipales desean conocer la utilización de un nuevo tramo del carril bici.

Para ello, se empleó un muestreo por conglomerados sin reemplazamiento y con probabilidades iguales. En concreto, se seleccionaron aleatoriamente 4 semanas del total de 52 que componen el año. Durante cada una de las semanas seleccionadas, se registró diariamente el número de bicicletas que circularon por un punto específico del nuevo tramo del carril bici.

Los datos recogidos se presentan en la siguiente tabla:

Semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Total Semana
1	20	18	15	17	22	25	30	147
2	12	10	13	11	14	15	17	92
3	14	16	12	13	15	20	21	111
4	15	13	10	12	14	17	18	99

Se pide:

- Una estimación insesgada del total de usuarios anuales del nuevo tramo del carril bici y su error de muestreo relativo o coeficiente de variación. Calcule también un intervalo de confianza del 95 % para dicho total. Considerar $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2$.
- Dichas autoridades estarían interesadas en estimar el número medio diario de usuarios del carril bici en un año futuro utilizando el mismo diseño muestral. Con el objetivo de garantizar que la varianza del estimador del número medio de usuarios diarios sea menor que uno, se pide determinar el número mínimo de semanas que deben seleccionarse.

Cuestión 7. Sean los siguientes modelos

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u \quad (\text{Modelo 1})$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_2^2 + u \quad (\text{Modelo 2})$$

$$\log(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 \log(x_2) + u \quad (\text{Modelo 3})$$

donde las variables y, x_1, x_2, u son aleatorias tales que los modelos están correctamente definidos.

Se pide:

- Considere que $\mathbb{E}(u|x_1, x_2) = 0$, y obtenga el efecto parcial de x_2 sobre $E(y|x_1, x_2)$ para los modelos 1 y 2.
- Considere que $\mathbb{E}(u|x_1, x_2) = 0$, e interprete el significado de β_1 y β_2 en el modelo 3 (justifique la respuesta).
- Obtenga, para el Modelo 1, $\mathbb{E}(u)$ sabiendo que $\mathbb{E}(u|x_1, x_2) = k$, $k \in \mathbb{R}$
- Considere que $\mathbb{E}(u|x_1, x_2) = 0$, obtenga (si es posible con la información facilitada) y para el Modelo 1 las siguientes covarianzas: $cov(u, x_1)$, $cov(u, x_2^2)$.
- Explique el significado y alcance de $\mathbb{E}(u|x_1, x_2) = 0$ en el contexto de la modelización.

Cuestión 8. De las cuentas no financieras de los Sectores Institucionales de una Economía se conocen los siguientes datos correspondientes a un año T, en unidades monetarias:

Sector Hogares e ISFLSH:

- Producción: 364
- Consumos Intermedios: 94
- Gasto en consumo final: 720.
- Remuneración de los asalariados residentes: 588, de los que 3 son de empleadores no residentes.
- Renta mixta bruta: 137
- Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción: 5
- Impuestos corrientes sobre la renta, el patrimonio, etc. pagados: 106

Sector Administraciones Públicas:

- Producción: 229
- Consumos Intermedios: 64
- Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción (empleos) ≈ 0
- Impuestos recibidos:
 - Impuestos menos subvenciones sobre la producción y las importaciones: 130
 - Impuestos corrientes sobre la renta, el patrimonio, etc.: 128
- Consumo colectivo efectivo: 95
- Transferencias sociales en especie (TSE): 138

Sectores Sociedades no Financieras e Instituciones Financieras:

- Producción: 1.663
- Consumos Intermedios: 960
- Otros impuestos menos subvenciones sobre la producción: 7
- Impuestos corrientes sobre la renta, el patrimonio, etc. pagados: 23

Resto del Mundo:

- Remuneración de los asalariados no residentes por empleadores residentes: 1
- Impuestos menos subvenciones sobre la producción y las importaciones pagados por unidades residentes al resto del mundo: -3
- Impuestos corrientes sobre la renta, el patrimonio, etc. netos procedentes del resto del mundo ≈ 0
- Rentas de la propiedad netas procedentes del resto del mundo: -4
- Cotizaciones sociales netas procedentes del resto del mundo: -1
- Prestaciones sociales distintas de las TSE netas procedentes del resto del mundo: 4
- Otras transferencias corrientes netas procedentes del resto del mundo: -15

Se pide:

- (a) Calcular todos los saldos brutos de las cuentas corrientes del total de la economía para el año T .
- (b) Defina y calcule la tasa de ahorro nacional e indique algunos de los factores que influyen en ella.
- (c) Sabiendo que dicha tasa fue del 20,2 % en el año $T - 5$, ¿qué conclusiones se podrían extraer a la luz del resultado obtenido?