



Pruebas selectivas para el ingreso en el Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Orden ECC/1693/2015, de 5 de septiembre 2016 (BOE8/09/2016).

## SEGUNDO EJERCICIO

### 1.- Muestreo

1. Sea una población de  $M=40.000$  individuos distribuida en  $N=10.000$  hogares. Notamos por:

$M_i$ = tamaño del hogar  $i$  (medido en número de individuos)

$A_i$ = número de mujeres en el hogar  $i$

$A$ = total de mujeres en la población

Se obtiene una muestra aleatoria simple (sin reemplazamiento) de  $n=20$  hogares y se encuesta a todos los individuos de cada hogar seleccionado. Se pide:

- Una estimación insesgada de  $A$  y su error de muestreo.
- Una estimación de la eficiencia relativa del muestreo por conglomerados respecto a la del muestreo aleatorio simple.
- Una estimación de  $A$  y su error de muestreo, aplicando el estimador de razón al tamaño.
- Comentar las ventajas e inconvenientes del estimador de c) respecto al a).

Los datos necesarios para los cálculos son los siguientes:

$$\sum_{i=1}^n M_i = 69; \sum_{i=1}^n A_i = 35; \sum_{i=1}^n M_i^2 = 269; \sum_{i=1}^n A_i^2 = 81; \sum_{i=1}^n M_i A_i = 142$$

2. Los individuos de la población del apartado anterior se distribuyen en 200 secciones censales de 50 hogares cada una. Se quiere estimar el total de mujeres ( $A$ ) en la población y para ello, se obtiene una muestra de 4 secciones censales, de las que se obtiene a su vez una submuestra de 5 hogares de cada sección censal seleccionada. El muestreo se realiza con reposición y probabilidades iguales en ambas etapas. Calcular una estimación insesgada de  $A$  y su error de muestreo.

Los datos necesarios para los cálculos son los siguientes:

Secciones censales	1	2	3	4
Número de mujeres en cada sección censal	6	8	11	10



## 2.- Economía

En la siguiente tabla se muestran datos correspondientes a operaciones y saldos de las cuentas del sector Administraciones Públicas (S.13) de una economía para un año t:

Formación bruta de capital (P.5)	25
Consumo de capital fijo (P.51c)	26
Consumo final colectivo efectivo (P.42)	80
Información sobre impuestos y subvenciones:	
Impuestos sobre la producción y las importaciones (recursos) (D.2)	125
Subvenciones (empleos) (D.3)	10
Impuestos corrientes netos sobre la renta, el patrimonio, etc. (D.5)	100
Información sobre las rentas de la propiedad (D.4):	
Intereses recibidos (D.41)	4
Intereses pagados (D.41)	40
Otras rentas de la propiedad netas recibidas (D.42-D.45)	3
Cotizaciones sociales netas (D.61)	130
Prestaciones sociales distintas de las transferencias sociales en especie (D.62)	180
Transferencias sociales en especie (D.63)	120
Información sobre otras transferencias:	
Otras transferencias corrientes netas pagadas (D.7)	10
Transferencias de capital netas a pagar (D.9)	1
Excedente de explotación bruto	30

**Unidades: miles de millones de euros (mm €)**

Nota: para esta economía se considera que las adquisiciones menos cesiones de activos no producidos son despreciables en el año t

Se pide:

- a) Calcular para el sector S.13:
  1. El saldo de rentas primarias, bruto y neto
  2. La renta disponible ajustada bruta
  3. El gasto en consumo final de las AAPP
  4. Sabiendo que el concepto de déficit o superávit público es equivalente al concepto de capacidad o necesidad de financiación de las Administraciones Públicas y que el PIB a precios corrientes de esta economía en el año t ha sido de 1070 mm €, calcule el déficit público como porcentaje del PIB para el citado año
  
- b) El gasto en consumo final de las AAPP a precios corrientes en el año t-1 fue de 194 mm € y la tasa de variación interanual (t/t-1) del deflactor de este agregado fue del 1%,

1. Calcule la tasa de variación interanual del gasto en consumo final de las AAPP a precios corrientes
  2. Indique qué parte de esta variación sería atribuible a variaciones de volumen
  3. Calcule el gasto en consumo final de las AAPP del año t valorado a precios del año anterior (t-1)
- c) Sabiendo que en el año t el valor a precios corrientes del gasto en consumo final de las AAPP en los dos primeros trimestres fue de 47 y 52 mm €, respectivamente y que la tasa intertrimestral del 3º trimestre fue del 2%, calcule:
1. El valor del agregado a precios corrientes en el 3º trimestre
  2. El valor del agregado a precios corrientes en el 4º trimestre
  3. Indique a qué tasa interanual aproximada evolucionó en el 4º trimestre del año t, sabiendo que las tasas interanuales correspondientes a los tres primeros fueron 2,5%, 3% y 3,5%, respectivamente.

### 3. - Econometría

Considere la siguiente ecuación salarial

$$\ln(\text{salarío}) = \beta_0 + \beta_1 \text{edu} + \beta_2 \text{edu}^2 + \beta_3 \text{exper} + \beta_4 \text{exper}^2 + \beta_5 (\text{edu} \times \text{exper}) + \beta_6 \text{horasem} + \varepsilon$$

donde las variables explicativas son años de educación, años de experiencia y número de horas trabajadas a la semana. Los resultados de la estimación de esta ecuación y de algunos modelos derivados de la misma se muestran en la siguiente tabla. El número de observaciones con los que se han realizado las estimaciones es de 1000.

Variable	modelo I	modelo II	modelo III	modelo IV	modelo V
<b>constante</b>	1.055 (0.266)	1.252 (0.190)	1.573 (0.188)	1.917 (0.080)	0.904 (0.096)
<b>edu</b>	0.0498 (0.0397)	0.0289 (0.0344)	0.0366 (0.0350)		0.1006 (0.0063)
<b>edu<sup>2</sup></b>	0.00319 (0.00169)	0.00352 (0.00166)	0.00293 (0.00170)		
<b>exper</b>	0.0373 (0.0081)	0.0303 (0.0048)		0.0279 (0.0054)	0.0295 (0.0048)
<b>exper<sup>2</sup></b>	0.000485 (0.000090)	0.000456 (0.000086)			
<b>exper x edu</b>	-0.000510 (0.000482)			-0.00047 (0.000096)	-0.00044 (0.000086)
<b>horasem</b>	0.01145 (0.00137)	0.01156 (0.00137)	0.01345 (0.00136)	0.01524 (0.00151)	0.01188 (0.00136)
<b>SCR</b>	222.4166	222.6674	233.8317	280.5061	223.6716
<b>AIC</b>	-1.489	-1.490	-1.445	X	-1.488
<b>SC</b>	X	-1.461	-1.426	-1.244	-1.463

a.- Usando un nivel del 5%, indique qué coeficientes estimados no son significativamente diferentes de cero. Para ello elabore una tabla similar a la anterior en donde se indique con claridad lo pedido.

b.- Indique qué restricción en el modelo I arroja el modelo II. Utilice un contraste adecuado para contrastar la restricción señalada. Muestre si es posible obtener el mismo resultado usando un contraste tipo ratio de la t.

c.- Justifique qué modelo utilizaría si quisiera contrastar si la experiencia es relevante para determinación del salario. Seguidamente realice el contraste. Haga lo mismo para

el caso de que quisiera contrastar la relevancia de la educación en la determinación del salario.

d.- Explique a qué cuestión econométrica estamos tratando de responder cuando realizamos restricciones sobre el modelo I para obtener el V.

e.- A partir de los resultados de sus respuestas en los apartados anteriores y de algún otro contraste que considere necesario, indique qué modelo considera más adecuado.

f.- Las tres última líneas indican los acrónimos de “suma cuadrada de los residuos”, criterio de información de Akaike, y criterio de información de Schwarz. Observará que hay algunos que faltan. ¿Cómo lo completaría? ¿Para qué sirven estos criterios?

NOTA: Para la resolución de este ejercicio se entregan al opositor las tablas estadísticas de las distribuciones de probabilidad necesarias.

#### 4.- Estadística

El número diario de ingresos en un servicio de urgencias sigue una distribución de Poisson de parámetro  $\theta_1$ , con independencia entre los registros correspondientes a días diferentes. Se va a observar los números de ingresos  $X_1, X_2, \dots, X_r$  durante  $r$  días, a fin de estimar  $\theta_1$  para hacer las previsiones de mantenimiento del servicio. Se supone que los errores en la estimación de  $\theta_1$  producen pérdida cuadrática:

- a) Demostrar que el estadístico  $T(X_1, X_2, \dots, X_r) = \sum_{i=1}^r X_i$  es suficiente.
- b) Determinar  $k$  para que  $T_k = kT$  sea un estimador insesgado para  $\theta_1$  y comprobar que es de mínima varianza para  $\theta_1$ .
- c) Suponiendo que dispusiéramos de una muestra aleatoria simple  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{120}$  del número medio mensual de ingresos de urgencias registrados a lo largo de los últimos 10 años en dicho servicio, obtener en función de ella la expresión de un intervalo de confianza aproximado para  $\theta_1$  al nivel  $1-\alpha$  por el método de la cantidad pivotal.
- d) Suponiendo que dispusiéramos de una muestra aleatoria simple correspondiente al número de ingresos medios registrados esos mismos meses en un segundo servicio de urgencias independiente del anterior, para el que los ingresos diarios siguen una distribución de Poisson de parámetro  $\theta_2$ , obtener la expresión de un estadístico de contraste para resolver  $H_0: \theta_1 = \theta_2$  frente  $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ .

## 5.- Demografía

Problema Demografía:

Una oficina estadística internacional nos facilita de la Región A los siguientes datos de población a 1 de enero de cada año (columnas [2] a [6]) y de defunciones durante los años de calendario señalados (columnas [7] a [11]).

También se dispone de información detallada sobre salud autopercebida a partir de los datos de una encuesta de condiciones de vida para el país en que está incluida la mencionada Región A, que se suponen bastante próximos a la realidad regional.

Grupos de edad	Población a 1 de enero					Defunciones					% con mala salud
	2011	2012	2013	2014	2015	2010	2011	2012	2013	2014	2011-2012
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]
0	51.239	49.222	47.619	44.308	44.453	180	140	127	104	125	0,7
1 - 4	218.970	215.759	209.305	199.674	192.383	45	34	31	29	25	0,9
5 - 9	255.800	261.281	265.724	269.985	269.398	17	24	22	30	19	0,5
10 - 14	234.010	237.601	239.937	244.617	248.975	29	25	23	15	17	0,3
15 - 19	238.863	235.736	231.256	228.371	229.842	51	53	47	34	37	0,5
20 - 24	272.590	265.689	258.557	250.598	244.678	83	63	52	64	52	0,6
25 - 29	340.803	321.447	301.253	285.500	273.215	108	103	110	88	66	0,8
30 - 34	437.132	419.965	394.196	365.084	341.900	212	200	199	143	136	1,0
35 - 39	435.477	440.117	439.598	435.451	425.701	320	309	290	265	236	1,8
40 - 44	408.628	413.213	412.158	411.964	415.151	532	501	482	454	443	2,9
45 - 49	374.921	382.673	389.565	392.446	392.895	785	814	767	746	719	3,8
50 - 54	333.903	343.692	348.318	353.085	359.996	1.081	1.102	1.131	1.103	1.165	5,1
55 - 59	283.511	289.539	295.568	304.140	315.019	1.439	1.427	1.376	1.476	1.477	7,7
60 - 64	269.593	271.651	274.308	271.056	270.957	1.854	1.942	1.982	1.878	1.901	11,4
65 - 69	234.820	243.864	252.303	258.610	260.472	2.469	2.510	2.413	2.666	2.721	13,3
70 - 74	202.194	200.317	199.933	206.853	221.483	3.545	3.522	3.419	3.368	3.574	16,9
75 - 79	177.808	179.428	181.192	177.782	168.125	5.636	5.553	5.669	5.285	5.052	21,3
80 - 84	128.901	131.505	135.258	139.654	142.328	7.624	7.936	8.031	7.506	7.608	29,4
85 y +	100.029	106.951	110.963	117.249	122.703	14.119	14.530	16.132	15.265	16.177	35,8

Se solicitan los siguientes resultados:

- Elaborar una tabla de mortalidad correspondiente al intervalo de años para los que se dispone de datos de salud autopercebida, que al menos incluya las siguientes series:
  - Probabilidades de muerte ( $nq_x$ ) y supervivientes ( $l_x$ ) entre dos aniversarios de edades cumplidas.
  - Población estacionaria de la tabla en cada intervalo de edades ( $nL_x$ ) y esperanza de vida al inicio de cada intervalo de edades ( $e_x$ ).
- A partir de los datos anteriores se precisa calcular la esperanza de vida en buena salud al nacimiento y esperanza de vida en buena salud a los 65 años para los años, igualmente para el intervalo de años para los que se dispone de datos de salud autopercebida. Se entiende como buena la salud la informada como diferente a la reportada por los entrevistados como mala salud (columna [12]).

3. Comente brevemente, qué conclusiones se pueden sacar de los resultados de las diferencias obtenidas entre esperanza de vida y esperanza de vida en buena salud de la Región A en el contexto de la evolución de éstas magnitudes a nivel internacional en las últimas décadas.