

**CUESTIÓN 1:** De una distribución  $N(100, \sigma)$ , se toman dos muestras aleatorias simples independientes entre sí de tamaño 4 y 5.

Muestra 1	Muestra 2
98	97,8
103,4	101,3
100,5	97,9
99,7	100,7
	100,3

En la muestra 1:  $\bar{x} = 100,4$  ;  $\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 15,26$

En la muestra 2:  $\bar{y} = 99,6$  ;  $\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 10,72$

Calcular la  $P(\bar{X} - \bar{Y} \geq 2)$ , donde  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  son las medias muestrales, indicando la distribución muestral necesaria para su cálculo.

**CUESTIÓN 2:** Contrastar con un nivel de significación 2,5% que la duración de un determinado tipo de bombillas eléctricas es una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = 1/\theta \exp\left(-\frac{1}{\theta}x\right) \quad x > 0$$

con  $\theta = 200$  horas, teniendo en cuenta que en una muestra aleatoria de 75 bombillas probadas hasta fundirse, se han observado las siguientes duraciones:

Duración	Número de bombillas
Hasta 200 horas	40
De 200 a 300 horas	15
De 300 a 400 horas	8
De 400 a 500 horas	6
Más de 500 horas	6
	N=75

**CUESTIÓN 3:** De una población de  $N = 500$  hogares, se obtiene una muestra aleatoria simple (sin reposición) de tamaño  $n = 50$ . En cada hogar de la muestra se mide el gasto en alimentación ( $Y$ ) y el gasto total ( $X$ ). Los datos, en miles de euros, son los siguientes:

$$\sum_{i=1}^{50} Y_i = 213; \quad \sum_{i=1}^{50} X_i = 452; \quad \sum_{i=1}^{50} Y_i^2 = 964; \quad \sum_{i=1}^{50} X_i^2 = 4552; \quad \sum_{i=1}^{50} Y_i X_i = 2060$$

Se pide:

- A) Estimar el porcentaje de gasto en alimentación y su error de muestreo.  
 B) Estimar el gasto total en alimentación usando el método de la razón y su error de muestreo. Para ello se conoce que el gasto total de la población es de 5000.

**CUESTIÓN 4:** Se quiere estimar la proporción de pinos que hay en una zona forestal. Para ello, se divide la zona en 20 conglomerados de tamaños diferentes  $M_i, i = 1, \dots, 20$  conociendo que el total de árboles es  $M = \sum_{i=1}^{20} M_i = 1000$ . Se utiliza un muestreo de conglomerados con submuestreo donde en ambas etapas el procedimiento de selección es con probabilidades iguales sin reposición. En la primera etapa se seleccionan 4 conglomerados y en la segunda etapa se aplica una fracción de muestreo de  $f_{2i} = 10/M_i$ . Los valores del tamaño de los conglomerados muestrales y el número de pinos obtenido en cada uno de ellos vienen en la siguiente tabla:

Número de árboles= $M_i$	Número de pinos
60	8
80	7
50	6
30	4

Se pide:

- A) Una estimación insesgada de la proporción de pinos y su error de muestreo.  
 B) Una estimación de la proporción de pinos utilizando el estimador de la razón al tamaño y su error de muestreo.  
 C) Comentar las ventajas e inconvenientes del estimador B) respecto al A).

**CUESTIÓN 5:** Se dispone de la siguiente información respecto a los agregados de oferta, demanda y rentas de una economía en miles de millones de euros (entre guiones, el código de las operaciones y saldos en *SEC2010*):

Producción de bienes y servicios (a precios básicos) -P.1-	2.000
Formación bruta de capital -P.5-	250
Subvenciones sobre los productos -D.31-	8
Gasto en consumo final - P.3 -	900
Importaciones de bienes y servicios - P.7 -	360
Exportaciones de bienes y servicios -P. 6 -	400
Formación bruta de capital fijo -P.51.g-	230
Excedente de explotación bruto y Renta mixta bruta - B.2g + B.3.g -	500
Impuestos sobre la producción y las importaciones - D.2 -	130
Consumo intermedio (precio de adquisición) - P.2 -	1.000
Subvenciones -D.3 -	20

Se pide:

1. Calcule el valor añadido a precios básicos.
2. Calcule el PIB a precios de mercado ( $PIB_{pm}$ ).
3. Calcule el valor de la variación de existencias. Suponga para ello que las adquisiciones menos cesiones de objetos valiosos son nulas.
4. Calcule la remuneración de los asalariados

**CUESTIÓN 6:** El  $PIB_{pm}$  de una determinada economía en el año  $t$  ha sido de 1,100 (miles de millones de euros). Se conoce también que la tasa de variación de este agregado a precios corrientes entre el año  $t - 1$  y  $t$  fue de 4,9% mientras que la correspondiente tasa de variación anual en volumen fue del 3,4%.

Además de la cuenta del resto del mundo se tiene la siguiente información del año  $t - 1$  (en miles de millones de euros):

Remuneración de asalariados recibida del resto del mundo	20
Remuneración de asalariados pagada al resto del mundo	8
Impuestos sobre la producción y las importaciones pagados al resto del mundo	10
Subvenciones recibidas del resto del mundo	50
Rentas de la propiedad recibidas del resto del mundo	50
Rentas de la propiedad pagadas al resto del mundo	70

Se pide:

1. Calcule el  $PIB_{pm}$  y la Renta Nacional Bruta ( $RNB$ ) del año  $t - 1$ .
2. Calcule la variación entre  $t - 1$  y  $t$  del deflactor implícito del  $PIB_{pm}$ .
3. ¿Considera que según los principios recogidos en el *SEC 2010* tiene sentido el cálculo de la  $RNB$  en términos reales? Razone su respuesta.

**CUESTIÓN 7:** ¿Cuál es la relación entre crimen y castigo? Esta importante pregunta fue estudiada mediante un panel de datos de Carolina del Norte. Las secciones transversales son 90 condados, y los datos son anuales para los años 1981-1987. En estos modelos la tasa de delincuencia pretende ser explicada a partir de variables como el efecto disuasivo del sistema legal, los salarios en el sector privado (que representan el retorno a las actividades legales). Los autores comentan que puede haber heterogeneidad entre los condados (características no observadas de cada condado).

En este marco de analítico, considere un modelo en el cual la tasa de criminalidad ( $y$ ) es una función de la probabilidad de detención ( $X_1$ ), probabilidad de ser un convicto (preso) ( $X_2$ ), la probabilidad de una pena de prisión ( $X_3$ , el promedio de las penas de prisión ( $X_4$ ), y el salario semanal promedio en el sector manufacturero ( $X_5$ ). Importante: en **todos los casos se utilizan los logaritmos de las variables**.

- (1) Indique los signos esperados en un modelo regresión lineal múltiple
- (2) Una analista de datos propone estimar el modelo indicado en (1) mediante mínimos cuadrados ordinarios. Los resultados son los siguientes (errores estándar en paréntesis)

$$\hat{y} = -6,0861 - 0,6566X_1 - 0,4466X_2 + 0,2082X_3 - 0,0586X_4 + 0,2921X_5$$

(0,3654)      (0,0403)      (0,0277)      (0,0727)      (0,0606)      (0,0619)

Analice los signos de los coeficientes estimados y su significación (al 95 % utilizando para ello la distribución normal). ¿Son como esperaba? Interprete el coeficiente de  $X_1$ .

- (3) Otra econométra sin embargo considera oportuno estimar el modelo (1) usando un estimador de efectos fijos. El estimador de efectos fijos arroja es siguiente modelos estimado

$$\hat{y} = -3,2288 - 0,2313X_1 - 0,1378X_2 - 0,1431X_3 + 0,0183X_4 - 0,1666X_5$$

(0,3236)      (0,0376)      (0,0222)      (0,0393)      (0,0310)      (0,0553)

¿Los coeficientes coinciden ahora con lo que esperaba? Interpreta el coeficiente en  $X_1$  y compáralo con la estimación en (2). ¿Qué concluye sobre el efecto disuasivo de la probabilidad de arresto? Por último, interpreta el coeficiente en  $X_4$ . ¿Qué conclusión tienes sobre la gravedad del castigo como elemento disuasivo?

- (4) Tras estimar los dos modelos, argumente cuáles han podido ser los motivos para que la econométra ha tenido para proponer un modelo de efectos fijos. Justifique cuál de los dos modelos le parece más adecuado para estimar la relación entre crimen y castigo.
- (5) ¿Puede haber endogeneidad en el modelo? Justifique la respuesta en términos del modelo propuesto.

**CUESTIÓN 8:** Una variable macroeconómica  $Y_t$  se modelizada con

$$Y_t = 0,01 + 0,5\epsilon_{t-1} + 0,1\epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

donde  $\{\epsilon_t\}$  es i.i.d. cono media cero y varianza  $\sigma^2$ .

- (i) Calcula la esperanza y varianza incondicionada de  $Y_t$
- (ii) Calcula la autocovarianza de primer y segundo orden de  $Y_t$
- (iii) ¿Cómo es la autocovarianza para retardos superiores a 2?
- (iv) A partir de la información anterior, ¿puede concluirse que el proceso es estacionario débil? Justifique la respuesta
- (v) ¿Es un proceso invertible? Justifique la respuesta
- (vi) ¿Cuál es la esperanza condicionada de  $Y_{t+1}$  dada toda la información disponible en el periodo  $t$ ?

**CUESTIÓN 9:** Dada la siguiente tabla de mortalidad:

	Tasa de mortalidad	Promedio de años vividos el último año de vida	Riesgo de muerte	Supervivientes	Defunciones teóricas	Población estacionaria	Tiempo por vivir	Esperanza de vida
0 años		0,123939	2,645464					
1 año		0,481492	0,223966				8209014,8	

Se pide:

- Calcular los supervivientes a 0 años.
- Defunciones teóricas a 0 años.
- Población estacionaria a 0 años.
- Tasa de mortalidad a 0 años.
- Calcular los supervivientes a 1 años.
- Defunciones teóricas a 1 años.
- Población estacionaria a 1 años.
- Tasa de mortalidad a 1 años.
- Esperanza de vida para las personas de 1 año.
- Tiempo por vivir para las personas de 0 años.
- Esperanza de vida para las personas de 0 año.

**CUESTIÓN 10:** A partir de la información de la Tabla A, y sabiendo que la población total a 1 de enero de 2015 era de 46.450,0 miles de personas mientras que a 1 de enero de 2016 era de 46.440,0 miles de personas, se pide calcular:

- La Tasa Bruta de Natalidad ( $TBN^{2015}$ ).
- La Tasa General o Global de Fecundidad ( $TGF^{2015}$ ).
- Las Tasas Específicas de Fecundidad por edad de la madre ( $TEF_x$ ).
- El Índice Sintético de Fecundidad ( $ISF^{2015}$ ).
- La edad media a la maternidad en 2015.

Grupos de edad	Mujeres residentes (miles)		Nacimientos por edad de las madres, año 2015 (miles)
	1.enero.2015	1.enero.2016	
15-19	1.045,3	1.060,2	8,2
20-24	1.137,8	1.117,0	29,8
25-29	1.318,5	1.279,8	75,2
30-34	1.627,1	1.549,0	148,8
35-39	1.938,5	1.897,6	125,5
40-44	1.907,2	1.926,2	30,6
45-49	1.829,7	1.838,4	2,0
Total 15-49	10.804,1	10.668,2	420,1