

Auditoria y Métodos Estadísticos: Metodología General y Análisis de pruebas sustantivas mediante estimación de variables

por ROBERTO ESCUDER VALLES
Catedrático de Estadística Económica y
Universidad de Valencia.

RESUMEN

En este trabajo pretendemos dar una visión general de la utilidad de los **Métodos Estadísticos en la Auditoría de Estados Financieros**. Los aspectos metodológicos básicos los hemos agrupado en cinco apartados y además dentro de cada uno de ellos, hacemos referencias operativas al problema concreto de la estimación y/o contrastación de variables (medias y totales) mediante el procedimiento estadístico de muestreo irrestricto de poblaciones finitas.

Palabras clave: Auditoría, contabilidad, estadísticos muestrales, fiabilidad, intervalos de confianza, muestreo, muestra aleatoria, prueba de cumplimiento, prueba sustantiva.

1. INTRODUCCION

Repetidas veces el auditor tiene que decidir, si las normas establecidas por el control interno de una empresa se cumplen satisfactoriamente o no, otras, tiene que verificar la racionalidad de un importe, otras, debe realizar una estimación, etc. etc.

En los diferentes casos que pueden presentarse al auditor, puede tomar dos vías de acción, a saber:

a) Analizar uno a uno todos los documentos originales para obtener su conclusión; acción que aún siendo posible realizarla, muchas veces no se lleva a cabo por imperativos de coste y tiempo.

b) Analizar sólo una parte de los documentos originales (subconjunto o más propiamente hablando, "muestra"), e inferir (estimar y/o contrastar) a partir de dichos datos parciales, propiedades sobre la totalidad (o "población") de los mismos.

En el primero de los casos apuntados, se utiliza únicamente análisis descriptivo. El análisis a realizar se denomina exhaustivo, total o censal y aunque en su aplicación metodológica pueden requerirse técnicas de Estadística Descriptiva, no se trata de análisis estadístico propiamente dicho, ya que lo que se entiende por tal, es el análisis inferencial a partir de muestras aleatorias.

En el segundo caso o análisis parcial, se pretende elaborar conclusiones sobre la totalidad o población a partir solamente de una parte o muestra de la misma. Esta técnica parcial o no exhaustiva, requiere al menos tres fases diferenciadas pero relacionadas entre sí, que son: la selección de la muestra, el cálculo de los estadísticos o coeficientes muestrales más adecuados para las inferencias a realizar, y la elaboración de las inferencias o conclusiones referidas a toda la población a partir de los datos muestrales.

En cuanto a la selección de la muestra puede hacerse bien a juicio o criterio personal del auditor, bien mediante métodos estadísticos o de muestreo estadístico proporcionados por la Ciencia Estadística.

Cuando la selección de la muestra se deja al criterio del auditor aparecen los métodos de muestreo o de obtención de muestras a *juicio* o a *criterio*; mientras que si la elección de la muestra se realiza mediante procedimientos que sugiere la Ciencia Estadística tenemos los métodos o criterios de *muestreo estadístico*. Existen también procedimientos mixtos con mezcla de componentes de ambos tipos.

Sin menospreciar el método de criterio o de juicio, pues a veces da buenos resultados, pero falla por lo menos en dos cosas:

— No hay forma objetiva de calcular las unidades que formarán la muestra o tamaño muestral.

— No hay forma objetiva de elaborar inferencias o conclusiones; ni de asignarles un

nivel de confianza o de fiabilidad: esto es un porcentaje entre 0% y 100%, que suponga una valoración de su posible veracidad.

Sin embargo los Métodos Estadísticos posibilitan: una formulación objetiva de cálculo de tamaño muestral; mecanismos aleatorios para la identificación de los elementos muestrales; y, una deducción objetiva y valorada, mediante un coeficiente de confianza-fiabilidad, de las conclusiones que se infieren para toda la población.

He aquí algunos ejemplos y cuestiones a dilucidar:

a) Cuando el auditor ha de examinar una cantidad muy grande N de documentos o justificantes, y no puede hacer un examen *exhaustivo* o *censo* ¿Cuántos elementos o documentos tiene que examinar?. ¿Por qué un 10% y no un 15%, o un 20%?

b) Si los documentos están clasificados, bien por importes monetarios, bien por cualquier otro módulo, ¿conviene extraer documentos de todos los grupos, o por el contrario, basta que sean de uno o de varios de los grupos establecidos?. Aún más, una vez aclarada la cuestión anterior en cuanto al grupo o grupos, ¿cuántos elementos conviene extraer de cada uno de los grupos seleccionados?.

c) ¿Qué coeficientes debe estudiar en la muestra, y cómo debe proyectarlos a la totalidad de la población.?

d) ¿Se puede asociar a las conclusiones algún grado de fiabilidad o de confianza, entendiendo por tal un porcentaje, entre el 0% y el 100%, de forma que cuanto más se aproximen al 100% las conclusiones sean más veraces?.

Para resolver estas cuestiones, así como otras muchas, se precisa del conocimiento de los Métodos de Muestreo Estadístico, su fundamento, sus posibilidades y sus aplicaciones generales y específicas.

Los métodos estadísticos, una vez fijados los objetivos, proporcionan una serie de diseños, de los que se obtiene mediante procedimientos lógicos la "muestra" a seleccionar, así como los "estadísticos muestrales" para realizar "inferencias estadísticas" medidas probabilísticamente.

Las muestras obtenidas mediante procedimientos estadísticos se denominan *muestras aleatorias o estadísticas*. A éstas son las únicas a las que nos vamos a referir. Como vamos a ver, su selección se basa en la idea de aleatoriedad. Su obtención real, se consigue por la identificación de documentos originales con *números aleatorios*, bien obtenidos de una tabla de dígitos aleatorios bien generados por un ordenador.

Existen diferentes diseños o procedimientos de selección muestral. Extraída e identificada la muestra, en función del diseño se calculan los estadísticos muestrales sugeridos por la metodología estadística y posteriormente se obtienen las conclusiones o inferencias sobre la población con una fiabilidad determinada.

Por todo lo anteriormente dicho, en la parte que sigue en esta exposición vamos a considerar los siguientes apartados:

a) Formulación de objetivos y delimitación de la población.

b) Elección del diseño y método aleatorio.

c) Cálculo del tamaño muestral.

d) Selección al azar (o aleatoriamente de los ítems o unidades poblacionales que constituyan la muestra).

e) Cálculo de los estadísticos muestrales necesarios para llevar a cabo la investigación, su proyección poblacional e inferencias.

f) Conclusiones.

2. FORMULACION DE OBJETIVOS Y DELIMITACION DE LA POBLACION.

I. En Auditoría suelen realizarse dos tipos de pruebas:

a) *Las sustantivas*, mediante las cuales se pretende estimar y/o contrastar la racionalidad de importes (montantes y/o desviaciones) monetarios de alguna partida o cuenta de un estado contable.

b) *Las de cumplimiento*, que si bien pueden relacionarse con desviaciones numéricas de los estados contables, fundamentalmente tienden a contrastar si los criterios, controles, requisitos, etc., etc., establecidos por la dirección, se cumplen o no; en definitiva la eficacia o no del *control interno*.

Tanto unas como otras pueden abordarse mediante la Metodología Estadística.

En las pruebas de cumplimiento suele establecerse un porcentaje máximo de error, a partir del cual se considera que hay *materialidad* o error de importancia. La prueba estadística correspondiente va dirigida a determinar si a partir del porcentaje de error muestral obtenido, puede inferirse, si el posible error poblacional supera o no al preestablecido como indicador de una materialidad; por lo tanto desde un punto de vista estadístico consisten en una contrastación de atributos, y pueden considerarse bien

como un caso de estimación y/o contrastación de proporciones, bien dentro de la metodología del muestreo de aceptación–rechazo o de continuación–suspensión (go and stop sampling), bien como un caso de muestreo de descubrimiento o exploratorio que es el procedimiento más expeditivo para identificar poblaciones incorrectas, y también mediante la utilización de métodos bayesianos.

Las pruebas sustantivas consisten, bien en la estimación de un valor, bien en la contrastación de la racionalidad de un importe. Son propias de variables y pueden abordarse mediante los métodos estadísticos de estimación y contrastación de variables, con sus diferentes variantes, tanto en cuanto al diseño muestral elegido (estratificado, muestreo irrestricto, sistemático, por conglomerados, por unidades monetarias, etc., etc.) como a la metodología utilizada (clásica o bayesiana). Dentro de esta tipología la prueba más comunmente realizada en Auditoría es la estimación y/o contrastación de un “total”, como puede ser por ejemplo una cuenta de existencias, de clientes, etc., mediante muestreo irrestricto.

II. Una vez especificada la prueba, bien sustantiva bien de cumplimiento hay que definir con todo rigor y precisión la población o conjunto de los elementos poblacionales. Unas veces serán albaranes, otras facturas, otras líneas de un listado de ordenador, otras asientos del libro diario, etc., etc. También se deberá especificar la naturaleza cualitativa y/o cuantitativa de esos los elementos poblacionales así como el período de tiempo de referencia.

Dilucidados con todo detalle el tipo de prueba y la población es cuando se puede pasar a las etapas propiamente de naturaleza estadística y que en este trabajo, junto a la metodología estadística de aplicación a la Auditoría en general, hacemos también referencias al caso concreto de estimación y/o contrastación de variables mediante muestreo irrestricto, con la finalidad de estimar el valor total de una cuenta, o bien, contrastar la racionalidad de un importe que figure registrado en Contabilidad.

3. EL PROBLEMA DEL DISEÑO

Formulados los objetivos, y especificada la población, hay que elegir el diseño o método aleatorio a utilizar, cuya elección puede depender además de si la prueba es sustantiva o de cumplimiento:

- de la propia estructura de la población.
- del nivel de confianza y de la precisión deseados, y
- del coste de la operación.

La metodología Estadística ofrece diferentes diseños, algunos válidos para los dos tipos de pruebas, otros solo para uno. Como acabamos de indicar en el epígrafe 2., dos son los métodos estadísticos generales utilizados:

- a) Los correspondientes a la estimación y contrastación estadística de variables y/o atributos, y los métodos de
- b) aceptación-rechazo, suspensión-continuación, (o go-stop sampling) y su caso particular muestreo de descubrimiento o exploratorio.

Dentro de ellos, puede hacerse un análisis partiendo única y exclusivamente de la información muestral, o, análisis clásico; o bien utilizando además una determinada información inicial, o análisis bayesiano. También pueden ser utilizados, fundamentalmente dentro de la estimación de variables, los métodos indirectos como los de diferencia, razón y regresión.

Aunque los métodos bayesianos van introduciéndose paulatinamente, los métodos estadísticos más utilizados hoy por hoy en Auditoría son los clásicos; utilizándose los de aceptación-rechazo (y descubrimiento) para contrastar atributos, y los de estimación y contrastación tanto para estimar como para contrastar variables y/o atributos.

La metodología de estimación-contrastación es más completa que la de aceptación-rechazo, pero exige más requisitos.

Elegida la metodología general, existen sobre todo para la estimación de variables, diferentes diseños de selección muestral y consecuentemente distintas aproximaciones en cuanto a las inferencias poblacionales. No vamos a hacer una descripción general de todos ellos, pues es más bien propio de un libro sobre Muestreo Estadístico. Basta saber que para cada uno de ellos la metodología estadística proporciona la forma de extraer la muestra, los estadísticos muestrales a utilizar y sus propiedades, así como las inferencias posibles y su fiabilidad (véase por ejemplo Cochran, 1977). Nosotros tan solo vamos a realizar algunas consideraciones muy generales y entresacar algunos aspectos peculiares en la práctica de la auditoría mediante muestreo.

El procedimiento de muestreo más elemental desde un punto de vista estadístico es el de muestreo aleatorio simple, en el que, cada muestra posible de tamaño n , debe tener una misma probabilidad de ser extraída, así como cada elemento de la misma probabilidad de ser seleccionada para formar parte de la muestra; según que un mismo elemento poblacional pueda o no aparecer repetido en una misma muestra, se denomina restricto o irrestricto. En el caso de poblaciones infinitas no tiene sentido su diferenciación, pero el caso de poblaciones finitas (Véase R. Escuder y S. Murgui, 1983) que es el que se presenta en Auditoría, debe utilizarse el muestreo aleatorio simple sin reposición o

irrestricto, por razones obvias. De las condiciones definitorias del procedimiento que son las que acabamos de enunciar e introduciendo algunos supuestos simplificadores sobre la población a analizar la Ciencia Estadística proporciona la fórmula para la obtención del tamaño muestral, los estadísticos a utilizar, así como las posibles inferencias (estimación y/o contrastación).

Otros diseños más complejos son:

a) Particionar la población $U = \{u_i\}$ en partes y muestrear dentro de cada una de ellas o Muestreo Aleatorio Estratificado.

b) Particionar la población U , en partes, y muestrear con dichas clases o partes y no con unidades. Este método se denomina *muestreo aleatorio por conglomerados*, y admite como caso particular el procedimiento denominado *muestreo aleatorio sistemático*, y el de *replicación*. (Véase Deming 1960).

c) Generalizar el proceso descrito en b) en n etapas, en cuyo caso tenemos el *muestreo aleatorio polietápico*. El caso más estudiado es el *bietápico*, también conocido con el nombre de *muestreo por conglomerados con submuestreo*, siendo el *muestreo por conglomerados (simple)* un caso particular.

d) Finalmente podemos considerar también los llamados procedimientos de *unidad monetaria*, que utilizan el diseño irrestricto o sistemático, pero no con probabilidades de selección iguales para cada elemento o unidad muestral, sino proporcionales a sus importes monetarios estadísticamente, muestreo con probabilidades proporcionales al tamaño, (véase por ejemplo Arens y Loebbecke, 1981).

4. DETERMINACION DEL TAMAÑO MUESTRAL

Como hemos indicado anteriormente, la metodología estadística permite elaborar una fórmula o expresión objetiva para el cálculo de tamaño muestral. Esta depende del tipo de diseño, y de especificaciones concretas dentro del mismo. En general depende del tamaño poblacional N , del error o precisión E deseado y del nivel de confianza o fiabilidad $(1-\alpha)$ exigido.

En el diseño irrestrictamente aleatorio, que es el más sencillo la expresión del tamaño muestral para la estimación o contrastación de variables es:

$$n = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{E}{\hat{\sigma}_{(1)}} \right)^2 + \frac{1}{N}} \quad (1)$$

de donde se obtiene que el tamaño muestral crece con N (tamaño poblacional) pero a ritmo decreciente, con una asíntota horizontal igual a la unidad dividida por el primer sumando del denominador. Como puede observarse depende:

a) Del valor crítico $t_{\frac{\alpha}{2}}$ o cuantil de orden $(1 - \frac{\alpha}{2})$ de la distribución normal reducida, que a su vez depende del nivel de confianza de $(1 - \alpha)$, deseado para las conclusiones.

b) Del error o precisión E , y,

c) De una estimación inicial $\hat{\sigma}_{(1)}$ de la cuasi-desviación típica poblacional (o también de la desviación típica poblacional (a través del cuadrado de su cociente, que suele denominarse, razón del error a la cuasi-desviación típica, o a la desviación típica).

La fórmula (1) se obtiene como vamos a ver al suponer la aproximación normal para las medias muestrales.

En efecto partiendo de la igualdad

$$P \left[-t_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{X - m}{\sigma} < t_{\frac{\alpha}{2}} \right] = 1 - \alpha \quad (2)$$

válida para cualquier distribución normal $N(m, \sigma^2)$ (*), como en el muestreo irrestricto, la v.a. X tiene por parámetros media y varianza

$$E(\bar{X}) = m \quad (3)$$

$$D^2(\bar{X}) = \frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n} \quad (4)$$

admitiendo que \bar{X} sigue una distribución normal, tendremos:

$$P \left[\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = 1 - \alpha \quad (5)$$

(*) Distribución normal de media m , y varianza σ^2 .

introduciendo el parámetro o coeficiente:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N}{N-1} \sigma^2 \quad (6)$$

que puede denominarse cuasivarianza poblacional, se obtiene como intervalo $I_{1-\alpha}$ para la media poblacional de nivel de confianza, cuando $\hat{\sigma}^2$ (ó σ^2) es conocido:

$$I_{1-\alpha} \approx \left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad (7)$$

y finalmente llamado error o precisión (por defecto y por exceso) a:

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

elevando al cuadrado y haciendo operaciones se obtiene:

$$n = \frac{1}{\frac{1}{t_{\frac{\alpha}{2}}^2} \left(\frac{E}{\hat{\sigma}} \right)^2 + \frac{1}{N}} \quad (9)$$

esta expresión proporciona una forma objetiva de obtención del tamaño muestral, en función del nivel de confianza $(1-\alpha)$, precisión unitaria E deseada, y tamaño poblacional N.

Obsérvese que con (9), queda dilucidado para un caso concreto, uno de los problemas que se le plantean al auditor en el caso de utilizar información parcial y no exhaustiva. La interpretación empírica del nivel de confianza, o fiabilidad, la hacemos en el apartado siguiente. Ahora solo hacemos un comentario en cuanto a la expresión:

$$\frac{E}{\hat{\sigma}}$$

o razón del error unitario a la cuasidesviación típica.

En general la desviación típica poblacional σ (o bien la cuasidesviación típica $\hat{\sigma}$) no se conoce y hay que estimarla, pero para estimarla se necesita una muestra y como hemos visto para obtener el tamaño muestral, se precisa la desviación típica. En definitiva se produce un círculo vicioso que se rompe así:

- Si no se conoce la desviación típica población, se estima a partir de una muestra de tamaño pequeño, alrededor de 36, o un poco más según los casos. Esta estimación de la desviación típica (o de la cuasidesviación típica) la denominaremos "inicial" y solo se utilizará para el cálculo de n a partir de la expresión (9), de ahí que aparezca $\hat{\sigma}_1$ en (1). Para su estimación puede utilizarse tanto \hat{s} , como s , o también el resultante del método del rango o recorrido (véase para este último Arkin 1.974). (*)
- Obtenido el tamaño muestral definido n , a partir de (1) se procede a calcular los estadísticos adecuados para realizar las inferencias oportunas a partir de (7) como veremos más adelante.

En todo el proceso del diseño muestral, conviene no olvidar que las estimaciones y o contrastaciones de variables útiles para Auditoría en general son más bien sobre totales y no sobre medias. Como veremos en el apartado sexto de este trabajo, del intervalo (7) para la media fácilmente se obtiene otro para el total, y que la fórmula (1) para el cálculo del tamaño muestral sigue siendo válida teniendo en cuenta que E es el error o precisión respecto de la media y no respecto del total.

Por otra parte el tamaño muestral " n " deducido de (1), no debe considerarse definitivo, puesto que la precisión E' realmente obtenida, puede no ser igual (y en general no lo es) a la inicialmente establecida E , debiendo tomar una muestra complementaria en caso de ser necesario mejorar E' .

Finalmente debemos indicar que desde un punto de vista estrictamente estadístico, no es necesaria fórmula alguna para el cálculo del tamaño muestral puesto que éste puede ser un número cualquiera, fijado arbitrariamente; lo que sí que es preciso es que la muestra se extraiga aleatoriamente, según los requisitos del diseño utilizado (véase apartado siguiente), pero de esta forma, la precisión E' realmente obtenida, puede diferir muchísimo de la inicialmente propuesta E .

(*) Por s y \hat{s} denotamos respectivamente a la desviación típica y a la cuasidesviación típica de la muestra (véase 6.2.).

5. SELECCION AL AZAR. IDENTIFICACION DE LOS DOCUMENTOS MUESTRALES

I.- Determinado el tamaño muestral n , hay que proceder a la selección aleatoria o al azar de los n elementos que constituirán la muestra.

La selección empírica al azar u aleatoria, corresponde siempre a un modelo probabilístico, luego desde un punto de vista teórico no hay objeción alguna. El problema es el empírico esto es, el de instrumentar mecanismos que aseguren la "aleatoriedad" de las extracciones contenida en el diseño teórico. Cada diseño posee sus peculiaridades. Esta dualidad teórica-empírica jamás hay que perderla de vista.

Clásicamente los mecanismos más utilizados han sido esquemas de urnas, loterías, etc., etc., que si bien los cito por motivos intuitivos, hoy en día están completamente obsoletos ante las Tablas de Dígitos Aleatorios y los programas o softwares informáticos, ya que prácticamente todos los ordenadores tienen una instrucción para obtener números aleatorios.

Relacionado con este problema de *selección al azar*, la segunda cuestión que se plantea es la *identificación* de los justificantes, comprobantes, asientos, o cualesquiera elementos empíricos correspondientes a los números aleatorios.

Seguidamente hacemos unas breves referencias en cuanto a la selección muestral por el método irrestricto, y a la identificación de los documentos constitutivos de la muestra.

II.- Debido a que en las Tablas de Dígitos Aleatorios cualquier *número* formado por un número concreto de guarismos tiene la misma probabilidad de ser extraído, seleccionar al azar una muestra irrestricta de n elementos, de una población de N , equivale a elegir n números con el mismo número de dígitos, y de cardinal menor que N de la Tabla. Es válido cualquier orden de selección, pero una vez determinado el punto de arranque que puede obtenerse a su vez aleatoriamente, lo más cómodo es recorrer las Tablas hacia abajo. Si la muestra es sin reemplazamiento no se puede repetir ninguno de los números y si es con reemplazamiento sí.

Una buena práctica de Auditoría es incluir en los *papeles de trabajo* tanto el punto de arranque de los números aleatorios como el punto final, así como el criterio o ruta seguido, y mejor aún todos los números aleatorios utilizados, y cómo se han identificado a través de ellos los documentos, o justificantes que forman la muestra, pues de esta forma el trabajo del auditor siempre puede ser verificado. En general como las tablas de números aleatorios poseen indicadores de página, fila y columna; no es necesario repetir o explicitar en los *papeles de trabajo* todos los números aleatorios extraídos, basta el punto inicial o de arranque y el final o de terminación.

III.— La identificación de los documentos, justificantes, asientos, etc., etc., que formarán parte de la muestra, exige una prenumeración de los mismos, o bien aprovechar la numeración que dichos documentos posean.

Si el número de documentos o justificantes de la población, es un múltiplo exacto de 10, por ejemplo k , habrá que utilizar series de k dígitos aleatorios. Si está entre dos múltiplos $k' < k''$, habrá que tomar series de k'' dígitos aleatorios, pero en la selección habrá números que se deberán despreciar por no corresponderles documento o justificante original alguno.

Pueden presentarse además muchos casos singulares. Por ejemplo, si los documentos están clasificados por, semanas, meses, y dentro de cada período numéricamente, pueden tomarse dos vías de acción equivalentes para asegurar la aleatoriedad:

- a) Considerar dos series diferentes de números aleatorios, una para los períodos, y otra para los números o documentos de cada período.
- b) Utilizar tablas de semanas o meses aleatorios, para los períodos (en caso de ser semanas o meses) y tablas de dígitos aleatorios para la numeración.

Si se tratara de asientos en el libro Diario, o listados de ordenador, puede utilizarse también dos series diferentes de números aleatorios, una para identificar las páginas y otra para los asientos o líneas de cada página, etc. etc.

También se usan artificios para hacer la selección aleatoria más rápida, ordenando previamente los números aleatorios extraídos; pero hay que tener cuidado de no perder la secuencia aleatoria original, pues hay procedimientos estadísticos, como el del rango medio para estimar la desviación típica, que precisa la secuencia aleatoria original.

6. OBTENCION DE LOS ESTADISTICOS O COEFICIENTES MUESTRALES. SU PROYECCION POBLACIONAL. INFERENCIAS.

I.— Identificada la muestra, la Ciencia Estadística, para cada diseño nos indica: los coeficientes muestrales a calcular, cómo proyectarlos a la totalidad de la población, y cómo asignar un índice de fiabilidad, a dichas proyecciones.

En el caso de variables y dentro de los problemas concretos de Auditoría, normalmente se trata, como ya hemos indicado anteriormente, de estimar y/o contrastar un importe (total) de una cuenta. Por lo tanto llamando N al número total de elementos poblacionales (número de clientes, número de partidas de un inventario etc.) se sigue evidentemente que

$$\text{Total poblacional} = N \cdot m \quad (10)$$

y fácilmente se demuestra que el estadístico muestral a utilizar para estimar y/o contrastar ese parámetro (véase Cochran 1977) no es el total muestral " $n \cdot \bar{x}$ " sino:

$$N \cdot \bar{x} \tag{11}$$

y dado que \bar{x} es una variable aleatoria asociada al proceso de muestreo con media y varianza especificadas por (3) y (4), recordando las propiedades estadísticas más elementales de los momentos de una distribución tendremos que:

$$E(N \cdot \bar{x}) = N \cdot m \tag{10}$$

$$D^2(N \cdot \bar{x}) = N^2 (1-f) \frac{\hat{\sigma}^2}{n} \tag{11}$$

donde $f = \frac{n}{N}$ (fracción de muestreo).

luego suponiendo válida la aproximación normal, el correspondiente intervalo de fiabilidad o de nivel de confianza aproximadamente igual a $(1-\alpha)$, para el total poblacional será:

$$I_{1-\alpha} = (N \bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} ; N \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}) \tag{12}$$

Llamando E' al error por defecto o por exceso de la estimación tendremos:

$$E' = t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \tag{13}$$

y por lo tanto la relación entre E' y E es:

$$E = \frac{E'}{N} = t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \tag{13'}$$

por lo que se justifica que la expresión (1) para el cálculo del tamaño muestral es válida tanto para medias como para totales. La única salvedad es que si el dato es E' en (1) debe sustituirse E por $\frac{E'}{N}$

El intervalo (12) posee una probabilidad aproximadamente igual a $(1-\alpha)$ de incluir al verdadero total poblacional desconocido $N \cdot m$, y por ello se dice que después de sacada

la muestra y evaluado el intervalo (12) hay una confianza en tanto por uno de $(1-\alpha)$ de que dicho intervalo contendrá al verdadero valor.

Debido a la simetría de la distribución normal, los intervalos

$$\left(N\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \infty \right) \quad (14)$$

y

$$\left(-\infty, N\bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right) \quad (15)$$

poseerán un nivel de confianza $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$.

II.- En cuanto a los estadísticos muestrales a utilizar, se desprenden de (12), así como de las propiedades estadísticas de los estimadores de poblaciones finitas (Véase Azorín (1969), y S. Crespo (1980)).

Dado que el estimador insesgado del total poblacional $N \cdot m$, es $N \cdot \bar{x}$, siendo \bar{x} la media muestral:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (16)$$

y que en general $\hat{\sigma}$ no se conoce, siendo el estimador insesgado de $\hat{\sigma}^2$ la cuasivarianza muestral

$$\hat{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (17)$$

se utiliza como estimación adecuada de $\hat{\sigma}$, el estadístico

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (18)$$

aunque también puede usarse s , o bien el resultado de estimar desviaciones típicas por el método del rango o recorrido medio (Véase Arkin, 1974).

III.— Evidentemente la proyección poblacional será:

$$\left(N \bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}; N \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right) \quad (19)$$

expresión que se obtiene sencillísimamente a partir de (12) y sustituyendo σ^2 por su estimación insesgada \hat{s}^2 . La expresión (19) es un intervalo de posibles valores para el total poblacional, que tiene asociada una confianza, $(1-\alpha)$, de incluir al verdadero total poblacional $N \times m$, ya que la correspondiente expresión ex-ante, (Véase 7.4.), teniendo en cuenta (5), (6), (10') y (11'), es:

$$P \left[N \bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} < N \times m < N \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] = 1 - \alpha \quad (19')$$

IV.— La metodología que hemos expuesto está basada en la teoría de intervalos de confianza. Sin embargo, la mayoría de las veces, el auditor tiene que tomar una decisión racional sobre un determinado importe monetario con referencia a una materialidad preestablecida, o bien sobre un ratio o porcentaje; lo cual desde un punto de vista estadístico presupone utilizar la teoría de los contrastes de hipótesis. Para adaptar esta problemática al esquema descrito en los subapartados anteriores, necesitamos hacer unas consideraciones adicionales.

Para aceptar o rechazar un importe monetario (registrado en los libros de contabilidad, o supuesto) respecto de una determinada materialidad, y análogamente cuando se trate de un ratio, el auditor necesita conocer además de dicho importe: la cifra (o ratio) de la materialidad; la probabilidad (o riesgo) " α " de cometer un "error tipo I", o probabilidad de decidir incorrectamente que hay un error material cuando de hecho no lo hay (conviene observar que es igual a la unidad menos el nivel de confianza del intervalo correspondiente); y la probabilidad o riesgo " β " de cometer un "error tipo II", o de decidir incorrectamente que no hay materialidad cuando de hecho la hay. La forma más clásica de visualizar esos dos tipos de errores y sus probabilidades son:

DECISION REALIDAD	NO MATERIALIDAD	MATERIALIDAD
NO MATERIALIDAD	DECISION: CORRECTA PROBABILIDAD: "1 - α"	DECISION: INCORRECTA (ERROR TIPO I) PROBABILIDAD: "α"
MATERIALIDAD	DECISION: INCORRECTA (ERROR TIPO II) PROBABILIDAD: "β"	DECISION: CORRECTA PROBABILIDAD: "1 - β"

Especificados estos pormenores, el auditor puede aplicar a los contrastes la metodología aquí descrita, con la salvedad de que el valor E (precisión) de la fórmula (9) no lo puede establecer libremente, puesto que ahora se encuentra funcionalmente relacionado con la materialidad (importe o ratio), con "α", y con "β"; pudiéndose obtener para cada caso concreto una expresión matemática al menos aproximada (que dependerá de la distribución de probabilidad asociada al proceso de muestreo), para la determinación de E.

Por ejemplo si el auditor tratara de contrastar la racionalidad de un importe (valor de una cuenta de clientes, de existencias etc.) respecto de una materialidad M, fácilmente se obtiene a través de la aproximación normal:

a.- Que el valor de E a utilizar en (9), fijados "M", "α", y "β", es:

$$E = M \frac{\frac{t_{\alpha}}{2}}{\frac{t_{\alpha} + t_{\beta}}{2}}$$

b.- Obtenida la muestra, calculados los estadísticos muestrales "x" y "s", y el intervalo (19), se deduce con un nivel de confianza (1-α):

b.1.- Que ha habido sobrevaloración, si el importe registrado (o supuesto) excede al extremo superior de (19).

b.2.- Que ha habido infravaloración, si dicho importe es menor que el extremo inferior de (19), y

b.3.- Si el susodicho importe pertenece a (19), puede admitirse la racionalidad del mismo.

c.- El proceso b.- puede realizarse análogamente a través de (14), o (15), siendo entonces el nivel de confianza $(1 - \frac{\alpha}{2})$.

En todos estos casos el valor efectivamente obtenido de "β", dependerá de "s" como más adelante explicaremos.

Controlar los valores " α ", y " β ", es muy importante para el auditor, ya que en las pruebas donde " α " resulte excesivamente elevado se incurrirá en un excesivo riesgo de error tipo I, con la posible consecuencia de realizar más pruebas de auditoría (o las mismas pero más rigurosas) que las estrictamente necesarias; mientras que aceptar la hipótesis nula del contraste con excesivo riesgo de error tipo II, esto es concluir que no hay materialidad con un desproporcionado valor de " β ", puede acarrear consecuencias muy graves para la firma auditada y consecuentemente para el auditor. Por ello " α " suele recibir en calificativo de riesgo de excesiva (o sobre) auditoría ("overauditing risk"), y análogamente " β " el de riesgo de no garantía ("unwarranted reliance risk"), esto es riesgo de confiar en demasia en la potencia (o posibilidad) de detectar errores por parte del sistema auditado. (Roberts, D. M. 1978).

7. CONSIDERACIONES FINALES.

I.- En todo el razonamiento anterior se ha puesto la aproximación normal. Evidentemente el teorema central del límite establece las condiciones de normalidad para distribuciones como la media muestral, especificando a su vez las condiciones para cada una de las variables componentes. Sin embargo las poblaciones de contabilidad, a veces aparecen bastante sesgadas en cuanto a su simetría, piénsese por ejemplo en una cuenta de clientes, en la que posiblemente el número de ellos variará de forma inversamente proporcional a los importes de sus saldos. Algo parecido podríamos decir en cuanto a las partidas de un inventario, etc. etc.

Por ello en los casos en los que la aproximación normal sea un poco forzada se debe intentar introducir técnicas más sofisticadas como puede ser la de estratificación, la de unidades monetarias, etc. etc. O bien dentro del muestreo irrestricto proceder a introducir factores correctores por falta de simetría y/o por apuntamiento excesivo, como sugiere Arkin (1982), o utilizar la aproximación de Tchebychev, como indicamos seguidamente.

En general, aunque la no normalidad si que se tiene en cuenta para la evaluación o cálculo del intervalo (19), no se suele introducir en la determinación del tamaño muestral, que puede seguir calculándose mediante (1) ya que se considera una expresión orientativa, que en todo caso será rectificada a posteriori, después de la evaluación del intervalo (19).

El criterio sugerido por H. Arkin (1982), consiste en utilizar los valores $t_{\frac{\alpha}{2}}$ no directamente de la tabla de la distribución normal reducida, sino a partir de las tablas de E.S.

Pearson y H.O. Hartley publicadas en 1954, donde los valores $t_{\frac{\alpha}{2}}$ se corrigen teniendo en cuenta posibles coeficientes de asimetría positivos y negativos (recuérdese que el coeficiente de asimetría $\frac{\mu_3}{\sigma^3}$, esto es el momento central de tercer orden dividido por la desviación típica elevada al cubo, de cualquier distribución normal, es cero) y posibles coeficientes de kurtosis diferentes a los de la normal (recuérdese que el coeficiente de kurtosis de cualquier distribución normal es 0 ó 3 según su expresión sea bien el momento central de cuarto orden μ_4 dividido por desviación típica elevada a la cuarta potencia, bien la expresión anterior menos tres, ya que $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$ para toda distribución normal).

Finalmente el otro criterio alternativo consiste en utilizar los valores de $t_{\frac{\alpha}{2}}$ deducidos del teorema (o mejor dicho), desigualdad de Tchebycheff (véase por ejemplo Arnáiz (1978), y N.V. Smirnov (1978)), con lo que las conclusiones son válidas para cualquier tipo de distribución.

Una formulación de dicha desigualdad es:

$$P [X - k\sigma < m < X + k\sigma] > 1 - \frac{1}{k^2} \quad (20)$$

donde X es una v.a. cualquiera con media m y varianza σ^2 .

Comparando (20) con (5) y con (19'), se sigue:

$$\alpha = \frac{1}{k^2}, \text{ esto es, } k = \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$$

y para el caso que a nosotros nos atañe, de estimación de $N \times m$, tendremos:

$$P \left[N\bar{X} - k \cdot N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} < N m < N\bar{X} + k \cdot N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] > 1 - \frac{1}{k^2}$$

y por lo tanto, el intervalo de nivel aproximado $(1-\alpha)$, será:

$$\left(N\bar{x} - \sqrt{\frac{1}{\alpha}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}; N\bar{x} + \sqrt{\frac{1}{\alpha}} N \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right) \quad (21)$$

II.- En cuanto a la determinación del tamaño muestral en los casos de no normalidad, puede obtenerse la correspondiente expresión a partir de la expresión del intervalo (19) modificado por las correcciones de asimetría y Kurtosis, o bien a partir de la (21); pero en general se sigue utilizando el valor que arroje la expresión (1) o un poco mayor para corregir el efecto de la no normalidad, puesto que utilizar un tamaño muestral u otro no invalida para nada el proceso estadístico seguido siempre que la muestra se extraiga según el diseño aleatorio preestablecido, lo único que puede ocurrir es que en la evaluación definitiva del intervalo resulte un error muy por encima al preestablecido, en cuyo caso habría que rectificar el tamaño muestral inicial, hasta conseguir un error adecuado.

III.- Con referencia al cálculo de los intervalos de confianza en el caso de no utilizar la aproximación normal, hay que tener en cuenta que si se toma la primera vía alternativa los intervalos suelen ser más anchos, esto es menos precisos y si se toma la segunda vía, la desigualdad de Tchebycheff solo proporciona cotas inferiores de probabilidad.

IV.- En cuanto a la evaluación de los resultados obtenidos al utilizar métodos estadísticos en el contexto de la auditoría, podemos concluir que su utilización es siempre positiva. Ahora bien tanto en el caso de estimación como en el de contrastación, la definitiva precisión obtenida en (19) es:

$$E'' = N t_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

expresión que depende de "s" y por lo tanto puede ser diferente de la inicialmente establecida E'.

Si $E'' < E'$, significará que la inferencia realizada verifica en demasía las especificaciones iniciales (esto es, que se obtiene mejor precisión que la prevista para el caso de estimación, y menor riesgo "B" en el caso de contrastación), lo cual es bueno, pero también significa que con las especificaciones iniciales podrían haberse obtenido inferencias adecuadas con menor tamaño muestral y por lo tanto con menor coste. En caso contrario si $E'' > E'$, la precisión será peor que la inicialmente propuesta y consecuentemente se incrementará el riesgo "B" por encima de lo previsto si se mantiene "α" al nivel inicial, o bien aumentará "α" si no se quiere modificar el nivel de "B" (lo que requiere recalcular la precisión para el nuevo valor de "α"). Otra solución para este último caso, al objeto de intentar mantener las especificaciones iniciales, es incrementar el tamaño muestral tomando una muestra complementaria con el consecuente coste adicional y rehacer todo el proceso inferencial de nuevo.

La forma de especificar " α " y " E " en el caso de estimación, y " α ", " β ", y " M " (o el correspondiente ratio) en el caso de contrastación, desde un punto de vista completamente especulativo, podría corresponder al libre albedrío del auditor; pero situándonos en el contexto de la auditoría, " E " y " M " (importes o ratios) los especifica el auditor en función de su experiencia y de la naturaleza y clase de la prueba, mientras que " α " y " β " dependen, del riesgo total que desee soportar el auditor en su informe, de la evaluación del control interno que inicialmente haga, y de la información no estadística que el auditor pueda obtener de comparaciones con otras situaciones análogas (Stringer, K. W. 1975); aún más, Roberts D. M. (1978), insiste en que el auditor siempre debería valorar conjuntamente tanto los riesgos de utilizar muestras (estadísticas o a juicio) como los no-muestrales o posibilidad de que el sistema falle en encontrar defectos aún analizando todos los elementos de las correspondientes poblaciones. Evidentemente también tendrá que tenerse en cuenta el posible coste asociado al tamaño muestral resultante.

T.M.F. Smith (1976) indica que la mejor forma de utilizar la totalidad de la información es a través de la metodología bayesiana, y así lo hace en un recentísimo trabajo en colaboración con R. W. Andrews (1985), continuando la vía iniciada por Cox D. R. (1979).

Alternativamente, existen criterios que pueden ayudar al auditor a establecer los adecuados valores de " α " y de " β ", como puede verse en Willinham J. J. (1971) para " α ", Elliott R. K. (1972) para " β ", y en general en los S.A.S. (Statemens on Auditing Standars) de la A.I.C.P.A. (American Institute of Certified Public Accountants).

BIBLIOGRAFIA

- ARNAIZ (1978): *Introducción a la Estadística Teórica*. Ed. Lex Nova.
- ANDREWS, R. W. and SMITH, T. M. F. (1985): *A bayesian model of the audit process*. Working paper. Maths Department, University of Southampton.
- ANDERSON, R. and TEITLEBANM (1973): *Dollar Unit Sampling: A Solution to the Audit Sampling Dilema*. C.A. Magazine, Abril 1973, págs. 30-38.
- ARENS, A. A. and LOEBBECKS, J. K.
(1980): *Auditing and Integrated Approach*. Prentice Hall.
(1981): *Applications of Statistical Sampling to Auditing*. Prentice Hall.
- ARKIN, H.
(1974): *Handbook of Sampling for Auditing the Accounting*. McGraw Hills.
(1982): *Sampling Methods for the Auditor*. McGraw Hills.
- AZORIN, F. (1969): *Curso de Muestreo y Aplicaciones*. Aguilar.
- BURNS, D. C. and LOEBBECKE, J. K. (1975): *Internal Control Evaluation: How the Computer Can Help*. Journal of Accountancy, August 1975, pág. 68.
- COCHRAN, W. G. (1977): *Sampling Techniques*. J. Wiley.
- COX D. R. and SNELL E. J. (1979): *On Sampling and Estimation of Rare Errors*. Biometrika 66, págs. 125-133.
- DES RAJ (1968): *Sampling Theory*. Mac Graw Hill.
- DEMING, W. E. (1960): *Sample Desing in Busines Research*. John Wiley.
- DODGE, H. F. and ROMING, H. G. (1959): *Sampling Inspection Tables. Simple and Double Sampling*.
- DODGE, H. F. and ROMING, H. G. (1959): *Sampling Inspection Tables. Simple and Double Sampling*. John Wiley.
- ELLIOT, R.K. and ROGERS J.R. (1972): *Relating statistical sampling to audit objectives*. The Journal of Accountancy, July, págs. 46-55.
- ESCUDER, R.
(1982): *Muestreo de Poblaciones Finitas*. Apéndice A-7 del libro de "Probabilidades y métodos Estadísticos" de Antonio Fernández de Troconiz. Bilbao, 1982.
(1983): "Estimación de «poblaciones contables» mediante muestreo estratificado". Quaderns de Treball n.º 14. Universidad de Valencia, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
- ESCUDER R. y MURGUI (1983): *Consideraciones en torno a los métodos de muestreo estadístico*. Quaderns de Treball n.º 12, Universidad de Valencia, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
- PEARSON, E. S. and HARTLEY, M. O. (1954): *Biometrika Tables for Staticians*. Cambridge University Press.
- RAND CORPORATION (1955): *A Million Random Digits with 100.000 Normal Deviates*. Free Press.
- ROBERTS, D. M. (1978): *Statistical Auditing*. A.I.C.P.A.

- SANCHEZ CRESPO, J. L. (1980): *Curso Intensivo de Muestreo en Poblaciones Finitas*. I.N.E.
- SMIRNOV, N. V. y DUNIN-BARKOWSKI, I. V. (1979): *Cálculo de Probabilidades y Estadística Matemática*. Paraninfo 1979 (Traducción del original ruso).
- SMITH (1976): *Statistical Sampling for Accountants*. Haymarket Publishing.
- STRINGER, K. W. (1975): *A statistical technique for analytical review*. Journal of Accounting Research. (Suplement about studies on statistical methodology in auditing, págs. 1-9; and págs. 10-13: Discussion by C. S. Warren).
- WILLINGHAM, J. J. and CARMICHAEL, D. R. (1971): *Auditing concepts and methods*. McGraw Hill.

SUMMARY

AUDITING AND STATISTICAL METHODS: GENERAL METHODOLOGY AND SUBSTANTIVE TESTING ANALYSIS THROUGH THE ESTIMATION OF VARIABLES

In this study we shall try to give a general idea of the usefulness of Statistical Sampling in the Auditing of Financial Statements. The basic aspects of methodology have been put into five separate groups and within each of these, operative reference is made to the basic problem of estimation and testing of statistical hypotheses on variables (means and totals) by means of the statistical process of unrestricted sampling of finite populations.

Key words: Auditing, accounting, sampling, substantive test, compliance test, random sample, reliability, confidence interval, sample statistics, evaluation.

AMS 1980. Subject classification: 62 Dos; 62P99.