

El Análisis armónico en Economía

por NELSON JULIO ALVAREZ VAZQUEZ

Departamento de Matemáticas,
Estadística y Econometría
Universidad Nacional de Educación a Distancia.

RESUMEN

En este artículo se plantea la revisión de la afirmación de que los procesos determinísticos carecen de interés en las aplicaciones y de que los métodos clásicos de Fourier quiebran cuando se utilizan en el tratamiento de series de tiempo económicas.

Una razón básica en la que se apoya esta revisión se encuentra en el papel de las transformaciones empleadas para alcanzar la estacionaridad. Se propone una aproximación de la tendencia y se ofrece evidencia empírica en el dominio de las frecuencias.

En síntesis, se defiende una hipótesis determinista como alternativa a las hipótesis probabilistas hoy vigentes en el análisis de series de tiempo.

Palabras clave: Tendencia, estacionaridad, modelo de componentes inobservados, hipótesis ondulatoria, ortogonalidad, teorema de Parseval.

I. INTRODUCCION

El objeto de toda ciencia es la formulación de leyes. Mientras esto es un hecho constante en ciencias como la Física, puede observarse que en este aspecto en Economía, se registra una cierta regresión con relación a la propia Economía Clásica.

La Econometría surge en los años treinta con el objetivo de aplicar el mismo rigor metodológico que el que se puede contemplar en la Física, al mismo tiempo se abandona la utilización del análisis armónico, arguyendo diferencias esenciales de contexto y llegando a generar la sensación de encontrarse ante una situación completamente resuelta.

Si bien es cierto que se produjeron numerosos esfuerzos durante el siglo diecinueve en el campo económico y de series de tiempo en general, dentro del denominado enfoque de componentes inobservados, éstos ensayos fueron abandonados en los inicios del presente siglo para dejar paso a los modelos autoregresivos y de medias móviles.

Lo cual significa el abandono de una concepción determinística de los fenómenos económicos en favor de una interpretación de carácter estocástico.

En todo caso, el veredicto de los resultados vino a plantear un tipo de conclusión que hoy asume el papel de una hipótesis mantenida a partir de la cual inicia el economista su labor investigadora.

II. LAS FUENTES DE HIPOTESIS EN ECONOMIA

A partir del momento en que la Física se configura como auténtica ciencia, se puede constatar el reducido número de teorías manejadas, prácticamente, la corpuscular y la ondulatoria, lo cual presenta un marcado contraste con el panorama económico.

Surgida nuestra disciplina dentro de la Filosofía tradicional había de ser ésta, durante mucho tiempo una fuente principal de hipótesis. Baste mencionar el supuesto del agente económico racional, sujeto a los principios del utilitarismo que maximiza beneficios o satisfacciones, vigente aún hoy en la hipótesis de las expectativas racionales, y en la propia teoría de la decisión estadística.

Indudablemente, un agente económico racional dotado de libre albedrío favorece antes una interpretación probabilística de los fenómenos económicos que una explicación mecanicista.

Si por otra parte se considera la Economía como una teoría de la elección, ello conlleva la optimización de funciones lineales lo cual evoca una segunda fuente de hipótesis en los métodos disponibles. Pero si se acepta que los fenómenos pueden

aproximarse dentro de una teoría lineal, ello no puede por menos de favorecer la opinión de quienes sostienen que el principal papel debe otorgarse a las tendencias, mientras que las fluctuaciones han de limitarse al papel de meras desviaciones accidentales de la línea de tendencia.

Una y otra fuente de hipótesis ilustran las dificultades de postular una hipótesis ondulatoria determinista para aproximar los fenómenos económicos.

III. PLAUSIBILIDAD DE UNA HIPOTESIS ONDULATORIA EN ECONOMÍA.

Con todo ello, una vez que en cualquier ciencia un determinado cuerpo de hipótesis y teorías han adquirido un cierto arraigo, cualquier ensayo de revisión encuentra difícil aceptación. Como confirmación de esta aseveración, recordaré una de las razones que aducía Copernico (pág. 100, 1982), para postular la hipótesis de redondez de la tierra: "También se deduce porque las aguas surcadas por los navegantes tienen esta misma figura: puesto que quienes no distinguen la tierra desde la nave, la contemplan desde la parte más alta del mástil, desde la tierra a los que permanecen en la orilla, les parece que descienden poco a poco al avanzar la nave, hasta que finalmente se oculta, como poniéndose".

También en Economía es posible aportar consideraciones análogas en favor de una teoría ondulatoria. Basta con observar el comportamiento de las distintas series históricas y sus correspondientes representaciones gráficas (por ejemplo, el Boletín Económico mensual del Banco de España, o el Boletín Trimestral de Coyuntura del INE).

La evidencia de las fluctuaciones se desprende bien de la propia serie original, bien de la serie desestacionalizada, bien de las tasas de variación.

Lo cual, constituye un dato previo a cualquier explicación determinística u estocástica: dato asimismo que cabe considerar como el antecedente lógico de las teorías clásicas del ciclo económico, o de los actuales métodos probabilísticos de análisis de series temporales.

Por consiguiente, en el propio comportamiento de las series históricas, hay una presunción, en mi opinión favorable antes a una teoría ondulatoria que a una teoría lineal.

Más aún, la evidencia de la existencia de fluctuaciones en los fenómenos económicos, parece estar informando la posición de quienes asignan un papel sustancial a la determinación de la tendencia (descrita a veces como la ley que recoge el comportamiento a largo plazo de una variable), a la que intentan aproximar, no dentro de una teoría lineal, sino mediante polinomios de grado mayor que la unidad, exponenciales, logísti-

cas, etc. La aceptación del hecho de la fluctuación está en el lenguaje ordinario cuando se expresa la constatación de un cambio de tendencia.

Pero la conveniencia de postular una hipótesis ondulatoria para los fenómenos económicos se desprende como una consecuencia natural de la aceptación de que el objeto de una ciencia ha de ser la formulación de leyes. Si no se admite al mismo tiempo que los fenómenos considerados en dichas leyes no presentan un comportamiento repetitivo y recurrente, semejantes enunciados legales pierden toda significación.

Con lo que en definitiva se está postulando para el análisis de los fenómenos económicos una hipótesis ondulatoria y además determinista.

IV. NATURALEZA DE LAS OSCILACIONES ECONOMICAS

Lo que me atrevería a calificar como posición ortodoxa en el momento presente defiende la tesis de que las fluctuaciones observables en los fenómenos económicos carecen de la regularidad exigida por una teoría determinista; antes al contrario, los ciclos económicos se caracterizarían por la explosividad, de modo que ello constituye la explicación de la inadecuación del análisis armónico para la ciencia económica. Incluso aquellas fluctuaciones que pudieran aparecer como dotadas de cierta regularidad pueden ser explicadas por vicios de los procedimientos, de tratamiento de las series históricas: "El empleo de éste método de análisis, denominado con frecuencia análisis armónico ha sufrido un enorme desprestigio cuando aplicado sin discriminación descubría la apariencia de ciclos aún en aquellas series que fueron elaboradas con el único objetivo de este tipo de contrastación y por consiguiente no contenían ciclos". (Dhrymes, pág. 422, 1970).

V. EL ANALISIS ARMONICO Y LAS SERIES DE TIEMPO

Como se desprende de esta cita, la validez del análisis armónico para el tratamiento de los fenómenos económicos pasa por el análisis de la información contenida en las series históricas, dentro de lo que se conoce como la metodología de análisis de series temporales.

Ya dentro del enfoque de componentes inobservados, se distingue tradicionalmente cuatro componentes: tendencia, ciclo, estacionalidad y un término aleatorio.

Postular una hipótesis ondulatoria determinística significa asignar un papel sustancial al ciclo.

Si esta teoría ha de merecer carácter general, ha de explicar dentro de este enfoque los cuatro componentes anteriores. No existe especial dificultad en lo que se refiere a ciclo y estacionalidad que se distinguen por el periodo, mayor en el ciclo que en la estacionalidad, o en términos del lenguaje del modelo armónico, por su recíproco, es decir, la frecuencia, bajas e intermedias para el ciclo, o altas en la estacionalidad.

Respecto al componente irregular, una hipótesis ondulatoria determinista defiende que tan solo debido a limitaciones en nuestro conocimiento, y a las exigencias en el error de aproximación de la función mediante la serie de armónicos, puede resultar de una mayor operatividad, el englobar el resto de componentes en uno solo al que se trata como error. Una interpretación determinista sostiene que la bondad del modelo armónico, permite considerar el residuo como un proceso puramente aleatorio (ruido blanco), mientras que los que defienden una posición probabilística considera que este componente se trata de un ruido autocorrelado, por lo que es necesario ensayar modelos del tipo autorregresivo. Por supuesto que este residuo, resultaría de la eliminación de tendencia y estacionalidad, puesto que niegan la sustantividad del ciclo. En cualquier caso, se acepta sin dificultad su comportamiento en forma de fluctuación aún cuando se discrepa respecto al tipo de explicación.

En cambio, en el caso del componente tendencial, lo que se trata de dilucidar es su naturaleza oscilatoria. La hipótesis ondulatoria afirma que se trata de un componente ciclico más, si bien por una insuficiencia de nuestro conocimiento, imputable en esta ocasión a la limitación en el tamaño de la serie, no estamos en disposición de conocerlo en su totalidad; por consiguiente, el problema se centra en definir un criterio de aproximación, a lo cual dedicaremos el epígrafe siguiente.

Si de una serie histórica se elimina la tendencia (y para algunas teorías, la estacionalidad), nos encontramos con la imagen empírica de un proceso estacionario.

Según el teorema de descomposición de Wold, todo proceso estacionario, admite dos componentes, determinístico e indeterminístico, que serían aproximables por un modelo armónico y un modelo autoregresivo y/o de medias móviles respectivamente.

Entiendo que es esencial observar que ésta es una proposición cualitativa, de modo que el imputar cuantitativamente la importancia de uno y otros sólo tiene significado si se refiere a cada serie histórica en particular. Cuando se afirma hoy que el componente determinístico es prácticamente inexistente en las series de tiempo, por ello no es más que una afirmación de valor particular derivada únicamente de la evidencia empírica considerada, sobre la que no se puede apoyar proceso alguno de inducción completa.

Una de las conclusiones más relevantes de este trabajo en mi opinión, reside en el papel que desempeña el proceso de transformación de cada serie histórica en particular

hasta que es considerada como la imagen empírica de un proceso estacionario. Y dentro del proceso de transformación, en el concepto utilizado de tendencia.

VI. LA TENDENCIA

Dentro de la ambigüedad con que se define éste concepto, cabe afirmar que hay una cierta concordancia en considerarla como el componente de la serie, que recoge el movimiento de carácter suavizado, y a plazo largo.

En el método de descomposición clásico se ha venido aproximando mediante funciones polinómicas de grado bajo, funciones exponenciales, logísticas, promedios móviles, etc.

Este tipo de interpretación de la tendencia, identificada la tendencia con la idea de media. Un ejemplo de ésto se produce cuando se estima mediante mínimos cuadrados una tendencia lineal; como regresión uno y dos coinciden, ello quiere decir que la tendencia pasa por el centro de gravedad de la distribución, lo que determina que si bien en este punto el residuo es cero, en los extremos de la serie las desviaciones respecto a la función de tendencia tenderán a presentar su valor máximo; de modo que el ciclo presentará un comportamiento explosivo, propiedad que se ha venido atribuyendo a los fenómenos económicos en si cuando puede explicarse unicamente por el procedimiento de transformación de la serie. Este fenómeno puede observarse de modo análogo con otro tipo de funciones como las semilogarítmicas, o doblemente logarítmicas, ajustables por mínimos cuadrados.

Pero éstas últimas así como los polinomios y los promedios móviles incurren en el inconveniente de que no permiten distinción entre tendencia y ciclo, puesto que ambos se sitúan dentro de las frecuencias bajas. Un conocimiento de esta incapacidad puede encontrarse en algunos métodos como el $x-11$, que engloban en un solo componente ciclo y tendencia.

En el enfoque estocástico de las series de tiempo, suele suponerse que la tendencia adopta la forma de un polinomio, que por su carácter sistemático, constituye un obstáculo para la estacionaridad del proceso, por lo que más que su estimación, interesa su eliminación. Parte de la proposición "... las diferencias de un polinomio de orden k vienen representadas por un polinomio de orden $k-1$ " (Kendall, pág. 47. 1976). En el caso de una tendencia lineal, ésta vendría eliminada por una diferencia de orden uno; un criterio para determinar el grado del polinomio vendría dado por la estabilización de la varianza, a partir de un determinado orden de diferenciación.

Si bien el presente trabajo parte de una interpretación determinista de las oscilaciones económicas, se examinará a la luz del análisis armónico el comportamiento de esta transformación.

Sin embargo, dado que este procedimiento ha de aplicarse a una serie libre de tendencia, en el presente trabajo se propone un concepto de tendencia que evite los inconvenientes anteriores. Puesto que de hecho se trata de un ciclo incompleto del que sólo conocemos su tramo ascendente o descendente, podemos intentar aproximarlos mediante la cuerda, que pasa por los extremos de la serie. Si este ciclo es de larga duración, la aproximación debiera ser relativamente satisfactoria. La aproximación será peor cuando la tendencia sea de duración más corta; en éste caso el tamaño de la serie creciente con el simple transcurso del tiempo permitirá su conocimiento.

Aún cuando cualquiera de las alternativas no sea enteramente satisfactoria, entiendo que es superior a los conceptos manejados hasta ahora, puesto que quien postula una recta, sin más, está suponiendo que estamos ante una componente de periodo infinito; la tendencia ahora propuesta, no puede resolver el inconveniente de la insuficiencia en el tamaño de la serie, pero elimina por entero la explosividad del ciclo, es decir, se dispone de un ciclo regular que puede ser aproximado por el análisis armónico.

VII. ESTIMACION DE LA SERIE LIBRE DE TENDENCIA MEDIANTE EL MODELO ARMONICO.

El modelo adecuado para aproximar las oscilaciones contempladas dentro de una hipótesis ondulatoria, puede expresarse mediante:

$$C_t = \sum_{p=0}^k (a_p \cos p w_0 t + b_p \sin p w_0 t) + v_t \quad (1)$$

en donde C_t indica la serie histórica libre de tendencia y los dos términos del segundo miembro representan los componentes determinístico e indeterminístico del teorema de descomposición de Wold, respectivamente.

El componente determinístico se aproxima mediante una combinación lineal de k sinusoides, de frecuencias $p w_0$, donde

$$w_0 = 2 \Pi / T \quad (2)$$

indica la frecuencia angular expresada en radianes, del ciclo o armónico fundamental, cuyo período T , coincide con el tamaño de la serie. En la interpretación de resultados

se utilizará la frecuencia verdadera, expresada en las unidades en que viene dada la información de la serie histórica, por ejemplo: meses.

$$f_o = w_o / 2\Pi = 1/T \quad (3)$$

que permite comprobar como la frecuencia es el recíproco del período. Por consiguiente, a partir de un tamaño T de una serie histórica dada, sólo es posible conocer ciclos como máximo de dicho tamaño, con lo que los ciclos mayores estarían englobados en la tendencia. Para valores crecientes de p , los ciclos serán cada vez menores, correspondiendo el de menor duración en el caso de meses, al ciclo de dos meses; en efecto,

$$w_T = Tw_o = \Pi; f_i = w_T / 2\Pi = \Pi / 2\Pi = 1/2 \quad (4)$$

cuyo recíproco es dos.

Los valores a_p , b_p , conocidos como coeficientes de Fourier, pueden estimarse por el procedimiento de los mínimos cuadrados ordinarios, asumiendo $\cos pw_o t$ y $\sin pw_o t$, el papel de variables independientes.

Por consiguiente, el modelo (1) puede interpretarse como un modelo de regresión múltiple, y tiene la gran ventaja de que al ser las variables independientes, ortogonales, no incurre en el conocido problema de la multicolinealidad tan familiar al econométra.

Si la hipótesis ondulatoria es correcta, a medida que crece k , es decir, el número de sinusoides, el componente residual irregular debiera aproximarse a la imagen del proceso puramente aleatorio. Por el contrario, si k no incorpora algunos de los ciclos importantes, se alejará de tal proceso, con lo que en tal caso, puede existir evidencia para ensayar la alternativa probabilística mediante modelos como los contemplados en la metodología Box-Jenkins. Obviamente, el procedimiento seguido por estos autores, no es el que aquí se va a seguir según lo expuesto, salvo las transformaciones de diferencias.

La amplitud del ciclo viene dada por

$$R_p = \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \quad (5)$$

a partir de la cual se define el estimador del espectro de la serie en forma ligeramente diferentes; en el presente trabajo se adoptará el siguiente valor:

$$I(w_p) = T R_p^2 / 4\Pi \quad (6)$$

que constituye el estimador del espectro de la serie. El término periodograma se utiliza para la representación del par de valores $(I(w_p), pw_p)$. El espectro constituye una representación en el dominio de las frecuencias alternativa a la función de autocorrelación en el dominio del tiempo.

La representación del teorema de descomposición de Wold en el dominio de las frecuencias, se traduce por la existencia de un componente espectral discreto (determinístico) y otro continuo (indeterminístico).

En consecuencia, la negación de la validez del análisis armónico se traduce por la afirmación de la inexistencia del componente discreto, que es el contexto adecuado del periodograma.

En términos estadísticos, se afirma que el periodograma es un estimador inconsistente; es decir, no converge al espectro poblacional; como ejemplo se propone el proceso puramente aleatorio cuyo espectro es constante, y sin embargo, el periodograma correspondiente fluctúa en forma errática.

Para la verificación de la validez de estas afirmaciones se procederá a aplicar el criterio de convergencia derivado directamente del análisis armónico, es decir, la convergencia de los coeficientes de Fourier, a_p , b_p , (R_p) a cero, lo que debe traducirse en una sucesión decreciente en los valores de $I(w_p)$.

El grado de aproximación alcanzado por el análisis armónico, que es en definitiva la medida de la validez del análisis armónico, viene recogida en el teorema de Parseval.

$$(1/T) \sum_{t=1}^T (C_t - C)^2 = \sum_{p=1}^k R_p^2 / 2 + \sum_{t=1}^T d_t^2 / T \quad (7)$$

$$d_t = C_t - \sum_{p=1}^k (a_p \cos p w_0 t + b_p \text{sen } p w_0 t) \quad (8) (*)$$

que permite la descomposición de la varianza en armónicos. La bondad de la aproximación vendrá reflejada por el elevado porcentaje de explicación de la varianza (en el lenguaje frecuencial se traduce por potencia), con un número reducido de ciclos.

En el extremo opuesto se encuentra el proceso puramente aleatorio en el que cada armónico contribuye con una proporción constante e igual para todas las frecuencias; en teoría, para la explicación del 100 por 100 sería preciso considerar un número infinito de sinusoides, de modo que cada armónico contribuirá en una cantidad prácticamente nula.

Si bien la convergencia y la aproximación de la variación explicada constituyen los dos criterios para fundamentar la validez del análisis armónico (y por supuesto no son independientes entre sí), se recurrirá a un tercer criterio, cual es la comparación del

$$(*) d_t = C_t - \sum_{p=1}^k (a_p \cos p w_0 t + b_p \text{sen } p w_0 t)$$

periodograma de las series transformadas con el de la serie original, lo que en definitiva nos permitirá evaluar la coherencia de la transformación.

Para fundamentar la procedencia de una hipótesis ondulatoria se ha elegido el ejemplo de la serie de peticiones registradas de líneas telefónicas en España en el período 1972-1982, de la que cabe señalar el elevado número de oscilaciones, cuya explicación no será abordada en el presente trabajo.

VIII. ANALISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES REGISTRADAS DE LINEAS TELEFONICAS EN ESPAÑA (1972-1982): SERIE ORIGINAL Y SERIE LIBRE DE TENDENCIA.

Los resultados de la estimación del modelo armónico aparecen en el cuadro I. Como existen 132 observaciones de la serie histórica, para un ajuste exacto, bastaría con incluir 66 pares de coeficientes; si se tiene en cuenta que $b_0 = 0$ por ser la función seno impar, únicamente queda por considerar el coeficiente a_p a la frecuencia Π .

De acuerdo a los criterios mencionados anteriormente, se comprueba que se verifica la convergencia de los coeficientes de Fourier a cero, lo cual se percibe en la sucesión de valores decrecientes del periodograma, en el que los únicos picos se corresponden a las frecuencias más bajas y a las estacionales. (*)

Esta conclusión se confirma al considerar la contribución a la varianza de los distintos armónicos; los cuatro primeros armónicos explican el 55% de la varianza, mientras que a partir de los doce meses (armónico undécimo), sólo cinco de cincuenta y tres armónicos alcanzan a contribuir con el uno por ciento o más, precisamente en el entorno de los ciclos de seis, cuatro y tres meses.

Que la sucesión de valores del periodograma (o coeficientes) converja, significa que a partir de un valor dado de p el desprecio de los restantes armónicos, dejará de afectar significativamente a la aproximación de la función mediante la serie trigonométrica.

Se confirma la importancia de los ciclos de duración superior al año (el 61,5% de la potencia), así como la estacionalidad. No obstante, es preciso indicar que la presencia de una tendencia, se traduce en que ésta serie no puede ser aproximada adecuadamente por un senoide.

(*) La evidencia empírica confirma el criterio matemático, pero no afirma que esté probada la convergencia del proceso.

En el cuadro II se ofrecen los resultados de la estimación de la serie libre de tendencia, eliminada según la transformación de aplicar una diferencia de orden uno a la serie original.

Lo primero que se puede señalar es la no convergencia del periodograma ni de los coeficientes de Fourier, como es lógico. Ha desaparecido la potencia de las frecuencias bajas, aunque se mantiene en los ciclos estacionales, pero con la peculiaridad de que ahora la ordenada máxima se encuentra en el ciclo de cuatro meses cuando en la serie original lo era, aparte el ciclo de once años, en los doce meses. O expresado en términos de la contribución a la varianza, el ciclo de doce meses pasa de contribuir con un 17,9% al 9,9%. Pero donde se produce la mayor alteración de la potencia de señal es en los armónicos de frecuencias bajas, puesto que los cuatro primeros armónicos explican ahora el 0,7%.

Por consiguiente, la serie transformada muestra una reducida coherencia con la serie original, poniéndose de manifiesto que el efecto de la transformación en diferencias desplaza la potencia no sólo de las frecuencias bajas e intermedias, sino de frecuencias ya elevadas como la que corresponde al citado ciclo de los doce meses. Mientras en la serie original, los ciclos superiores al año explican el 61,5% en la serie transformada su contribución a la varianza se reduce al 2,7% lo cual evidentemente favorece la hipótesis que pretende explicar los fenómenos económicos dentro de una teoría probabilística.

En el cuadro III, se presentan los resultados correspondientes a la serie libre de tendencia, en la que ésta se interpreta según la propuesta ofrecida en el presente trabajo, es decir, la recta que pasa por los valores extremos de la serie.

Lo primero que cabe destacar es la convergencia de los coeficientes de Fourier y por consiguiente del periodograma, de modo que éste presenta una estructura enteramente análoga al periodograma de la serie original, con los picos más importantes en los ciclos de frecuencias bajas y estacionales.

El efecto de la eliminación de la tendencia afecta de modo principal al ciclo de cinco años y medio (armónico de orden dos cuya contribución se eleva del 3,1% en la serie original al 10,5% en la serie transformada. Es posible comprobar que las alteraciones son mínimas en el resto de los armónicos.

Para ilustrar las consideraciones anteriores, se ha elaborado a partir de los resultados expuesto el cuadro IV, en el que se consideran los seis armónicos más importantes según cada transformación y se comparan con los otros dos supuestos,

En la parte A, se considera el caso de la transformación en diferencias; se observa que no hay un solo ciclo con periodo mayor que el año, y en todos ellos salvo el ciclo de doce meses, se amplifica considerablemente la potencia que registraba la serie original;

en cambio, las diferencias entre la recta y aquella no llegan a un punto. En conjunto, los ciclos que explicaban un 27,3 ahora ven amplificada su potencia al 46,8%.

Como refleja la parte B del cuadro IV, entre los ciclos más importantes de la transformación según la recta, existen solo dos estacionales, el de doce y seis meses, y en todos ellos la contribución a la varianza en términos relativos es ligeramente inferior salvo en el caso ya mencionado del ciclo de cinco años y medio, alcanzándose con solo seis ciclos el 80%, equivalente al 79,3% de la serie original; la cifra del 13,8% de la transformación en diferencias produce una auténtica alteración en la estructura del espectro de la serie original, difícil de justificar si se tiene en cuenta que también en el caso de la recta se alcanza la estacionariedad del proceso.

El hecho de que la transformación de la recta observe una coherencia elevada con el espectro de la serie original, y que con sólo seis armónicos se alcance una explicación de la varianza del 80%, constituye en mi opinión una evidencia empírica valiosa para postular la validez del análisis armónico como aproximación de los fenómenos económicos y por ende, ofrece una base sólida para postular una hipótesis ondulatoria determinista en Economía, análogamente a como ocurre en la Física.

IX. ANALISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES REGISTRADAS DE LINEAS TELEFONICAS EN ESPAÑA LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD

Puesto que el modelo armónico, bajo ciertas condiciones es estacionario, y los ciclos estacionales, constituyen un caso particular distintos del resto de los armónicos tan solo por la frecuencia, la eliminación de este componente no resulta determinada por razones metodológicas. Sin embargo, dentro de la metodología Box-Jenkins, suele reconocérsele a este componente una naturaleza de índole sistemática, por lo que suele interpretarse como un obstáculo para el conocimiento del proceso estocástico estacionario poblacional que se supone generador de la serie.

El procedimiento suele recurrir a la aplicación de una diferencia de orden doce; por consiguiente, sobre la serie libre de tendencia según una diferencia de orden uno, se ha aplicado una diferencia estacional de orden doce, sobre la cual se ha aplicado el análisis frecuencial aún cuando ahora el tamaño de la serie se reduce a 120 valores y el número de frecuencias a 59.

La transformación se muestra eficaz para la eliminación de la potencia en las frecuencias estacionales entre los 12 y los 2,4 meses, pero es posible comprobar que ello es consecuencia de un desplazamiento ulterior de la potencia hacia frecuencias todavía más elevadas: los ciclos por debajo de los tres meses contribuían en la serie original con un 5% a la varianza, en ∇_1 con un 40%, y en $\nabla_1 \nabla_{12}$ con un 60%.

Como tampoco existe convergencia, se explica que este tipo de transformaciones favorezcan la aproximación estocástica de los fenómenos económicos.

Por razones de comparabilidad, y para comprobar el efecto de uno de los procedimientos más controvertidos (efecto Slutsky) sobre la serie libre de tendencia se ha aplicado el método de desestacionalización debido a A. Alcaide, de las cifras del Movimiento Anual, que se apoya en el empleo de totales móviles (en este caso de doce meses), que vienen fechados en el último mes del total. Se comporta análogamente a una media móvil, pero con la singular ventaja de que no precisa proceder a las operaciones de centrado.

Los resultados se hallan en el cuadro VI, destacando en primer lugar la intensificación del proceso de convergencia: ninguno de los armónicos a partir de los doce meses alcanza a contribuir con una décima a la explicación de la varianza, mientras que los ciclos de diez y cinco años suponen el 91,9% de la variación.

La bondad del método de desestacionalización se pone de relieve incluso en ciclos múltiples de las estacionales como el de 24 que ven su potencia reducida en relación con los de frecuencias contiguas. Por contra, el procedimiento amplifica la potencia en aquellos armónicos en que ésta era importante en la serie original, y en la serie libre de tendencia según la recta, como son los dos primeros (en el entorno de los diez y cinco años lo cual no debe confundirse con interpretaciones posibilísticas del efecto Slutsky, según las cuales estaría induciendo ciclos inexistentes. Este efecto amplificador de los ciclos largos y atenuador de los ciclos de corta duración se corresponde con la idea elemental que se persigue con el procedimiento de desestacionalización, cual es el poner de manifiesto el movimiento a largo plazo. Más aún, es lógico que el efecto amplificador sea tan significado dada la elevada importancia que revestía la estacionalidad en la serie original.

Por otra parte, la eliminación de la estacionalidad mediante la transformación en diferencias, genera una serie en la que la mayor contribución a la varianza se encuentra en los ciclos de menor duración (2.7, 2.6, 2.3, 2.2 y 2.1 meses) por lo que se explica que las fluctuaciones produzcan la apariencia de irregularidad, y en consecuencia, constituyan una evidencia empírica favorable a una hipótesis estocástica de los fenómenos económicos.

La transformación que se propone en el presente trabajo permite comprobar como la no convergencia no es imputable al periodograma, sino que depende esencialmente del tipo de transformación; el periodograma se limita a estimar un senoide por mínimos cuadrados de modo análogo a como estimaría una recta. Por consiguiente, si no podemos afirmar que los ciclos estimados están en la realidad, si lo están en los datos.

El periodograma representa correctamente tanto la serie original como la transformada.

Nuestra hipótesis evaluada a la luz del periodograma permite comprobar que si bien la transformación en diferencias es suficiente para alcanzar la estacionaridad, no es necesaria; incurre en el error de identificar la tendencia con un polinomio, no es coherente con la descomposición frecuencial de la serie original, y en definitiva carece de otra hipótesis que el azar para la formulación de leyes económicas, que entiendo debe ser el objeto irrenunciable de todo proyecto de ciencia.

El análisis de la evidencia empírica resultante de la transformación surgida en este trabajo, permite disponer de un método y una hipótesis cuya fecundidad en la Física es un dato incontrovertible.

La generalidad de una teoría ondulatoria exige que también el componente irregular sea considerado como un caso particular de la misma, lo cual abordamos en el epígrafe siguiente.

X. ANALISIS FRECUENCIAL DEL COMPONENTE IRREGULAR RESULTANTE DE LA TRANSFORMACION CMA.

El componente irregular constituye la imagen empírica del proceso puramente aleatorio, cuya representación exigiría considerar un número infinito de sinusoides, viniendo caracterizado por un espectro poblacional constante, que en el caso de considerar sólo frecuencias positivas, toma el valor

$$I(w_p) = \frac{\sigma^2}{\Pi} \quad (8)$$

lo que indica que todas las frecuencias contribuyen por igual a la explicación de la varianza.

La objeción al análisis armónico sostiene que el periodograma fluctua erráticamente, cuando debiera observar la constancia del espectro poblacional.

Argumento que en mi opinión dista de ser concluyente puesto que ello precisaría justificar previamente que el residuo irregular efectivamente es un proceso puramente aleatorio. La evidencia anterior, sugiere que si el periodograma presenta picos en determinadas frecuencias, quiere decir que el residuo no es puramente aleatorio.

En el cuadro VII, se ha llevado a cabo la estimación de los residuos de la transformación CMA, después de eliminar los 59 armónicos conocidos.

Los resultados permiten verificar como la contribución es el 0,1%, ó 0,2% en todas las frecuencias, salvo en w_1 , en que toma el valor C.

La sucesión de coeficientes de Fourier, así como las dos últimas columnas permiten verificar que el periodograma está próximo a la constancia definida para el espectro poblacional de modo también en este caso la evidencia empírica es favorable a la validez del análisis armónico en Economía. El comportamiento ligeramente creciente del periodograma puede explicarse por la aplicación de las CMA.

XI. CONCLUSION

La evidencia anterior permite ensayar una teoría ondulatoria para la interpretación de los fenómenos económicos. El método determina ciclos en los datos, pero evidentemente ello no permite inferir que esto sea trasladarle a los fenómenos.

Entiendo que sería un progreso considerable probar la permanencia de los ciclos con independencia del tamaño de la serie.

Entonces, o simultáneamente, sería el momento de empezar a pensar en la búsqueda de las "causas físicas", que expliquen los resultados que permitan llegar a la formulación de leyes económicas.

CUADRO I**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE ORIGINAL DE PETICIONES
DE LINEAS TELEFONICAS**

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$
	a_p	b_p		
1	-9.617,328	-3.068,083	0,445	1.070.445.057,000
2	358,031	2.631,661	0,475	74.094.982,260
3	1.750,082	103,359	0,489	32.284.425,180
4	1.762,051	-3.218,311	0,547	141.411.564,100
5	-270,797	-672,448	0,550	5.520.152,908
6	1.673,981	-822,161	0,564	36.174.628,630
7	-390,603	801,002	0,567	8.342.192,907
8	-52,096	-162,134	0,568	304.637,552
9	2.765,616	-1.403,007	0,610	101.019.779,300
10	-935,812	-587,083	0,615	12.819.468,510
11	6.371,890	-637,540	0,794	430.751.421,400
12	351,099	-943,340	0,798	10.642.470,930
13	-307,842	-9,616	0,799	996.422,124
14	109,041	-519,638	0,800	2.961.284,138
15	39,571	-40,481	0,800	33.661,585
16	891,411	-1.195,943	0,810	23.370.781,860
17	168,019	-834,196	0,813	7.606.250,463
18	-541,094	-511,037	0,815	5.818.727,180
19	388,825	-534,605	0,817	4.590.214,375
20	156,278	-314,393	0,818	1.294.811,554
21	629,251	88,505	0,819	4.241.501,053
22	-783,486	-2.907,379	0,859	95.238.699,200
23	681,254	130,821	0,861	5.054.855,797
24	591,772	526,059	0,864	6.585.437,369
25	222,609	33,185	0,864	532.102,201
26	83,008	-609,614	0,866	3.976.055,065
27	-482,071	-514,968	0,868	5,226.740,059
28	214,126	-757,026	0,870	6.501.468,024
29	517,664	-299,600	0,872	3.757.741,738
30	98,487	-163,400	0,872	382.345,948
31	32,094	-372,240	0,873	1.466.312,698
32	1.128,447	-1.451,315	0,888	35.501.216,010
33	-2.686,759	216,758	0,919	76.320.114,970

CUADRO I**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE ORIGINAL DE PETICIONES
DE LINEAS TELEFONICAS**

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA I (w_p)
	a_p	b_p		
^w 34	1.032,480	404,258	0,925	12.914.310,460
35	880,628	99,777	0,928	8.250.661,354
36	-665,273	358,744	0,930	6.000.911,323
37	-72,737	27,863	0,931	63.729,329
38	377,921	-661,553	0,933	6.097.458,104
39	-205,665	56,149	0,933	477.425,512
40	680,590	-248,569	0,936	5.514.606,339
41	-307,761	-456,915	0,937	3.187.908,194
42	-135,146	-536,229	0,938	3.212.255,219
43	1.027,298	-778,489	0,945	17.451.577,620
44	-1.058,088	-1.040,540	0,955	23.133.181,270
45	761,209	541,814	0,959	9.170.205,817
46	365,649	-151,818	0,960	1.646.515,366
^w 47	-92,719	179,804	0,960	429.899,024
48	-753,986	-178,668	0,962	6.303.917,505
49	352,790	-214,816	0,963	1.792.091,354
50	-134,946	-459,371	0,964	2.407.906,246
51	-271,032	167,369	0,965	1.065.871,476
52	-91,404	-367,132	0,965	1.503.581,212
53	71,346	-157,202	0,965	313.054,519
54	933,713	-26,556	0,969	9.165.201,973
55	32,319	-1.202,979	0,975	15.212.251,880
56	-96,488	960,920	0,979	9.797.052,117
57	-344,208	-246,461	0,980	1.882.590,240
58	-869,685	434,042	0,984	9.923.809,519
59	527,673	-402,320	0,986	4.625.012,678
60	-294,176	199,244	0,987	1.326.029,262
61	-46,063	310,426	0,987	1.034.520,291
62	-583,952	-791,579	0,991	10.163.860,440
63	400,505	99,203	0,992	1.788.297,146
64	-420,078	-449,413	0,994	3.975.193,861
65	-28,557	-926,830	0,998	9.031.842,036

CUADRO II

**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE LIBRE DE TENDENCIA
(PRIMERA DIFERENCIA) DE LINEAS TELEFONICAS**

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$
	a_p	b_p		
1	-14,061	461,086	0,002	2.235.278,453
2	369,566	-45,949	0,003	1.456.834,698
3	117,928	-250,116	0,004	803.205,940
4	-519,882	-275,314	0,007	3.635.251,069
5	-29,875	82,796	0,007	81.383,523
6	-175,981	-421,407	0,009	2.190.689,703
7	404,493	83,704	0,011	1.792.241,026
8	64,505	30,982	0,011	53.789,825
9	-711,717	-1.022,089	0,025	16.294.229,400
10	-43,952	494,073	0,027	2.584.458,855
11	-1.051,410	-3.100,538	0,125	112.592.688,400
12	-444,718	-40,073	0,127	2.094.332,049
13	172,525	180,347	0,127	654.307,371
14	-223,526	43,777	0,128	544.962,392
15	84,855	-16,016	0,128	78.328,789
16	-950,523	-284,738	0,137	10.342.142,900
17	-534,767	136,934	0,140	3.200.917,828
18	-78,425	585,301	0,143	3.663.115,091
19	-447,668	-101,518	0,145	2.213.372,219
20	-200,705	4,719	0,145	423.370,381
21	-93,582	-570,015	0,148	3.504.994,446
22	-2.005,098	2.132,221	0,226	89.987.441,330
23	-131,769	-676,387	0,231	4.988.062,537
24	253,626	-845,824	0,238	8.190.433,758
25	11,979	-227,524	0,238	545.281,391
26	-510,911	331,768	0,242	3.898.118,945
27	-26,832	832,413	0,248	7.286.060,723
28	-778,318	370,456	0,255	7.804.814,018
29	-592,869	-265,400	0,258	4.432.056,700
30	-125,182	42,680	0,259	183.741,139
31	-278,555	304,922	0,260	1.791.709,170
32	-2.403,375	255,097	0,313	61.358.188,330
33	3.024,562	2.469,984	0,453	160.176.805,700

CUADRO II

ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE LIBRE DE TENDENCIA
(PRIMERA DIFERENCIA) DE LÍNEAS TELEFÓNICAS

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$
	a_p	b_p		
34	-556,778	-1.454,823	0,475	25.488.627,900
35	-743,998	-985,918	0,489	16.024.904,350
36	1.236,052	248,709	0,503	16.698.365,860
37	234,880	38,306	0,504	594.916,980
38	-988,886	450,275	0,514	12.401.742,200
39	438,533	125,379	0,516	2.185.205,590
40	-1.017,033	-313,297	0,527	11.896.153,160
41	119,003	912,426	0,534	8.893.748,943
42	-175,464	881,894	0,542	8.492.925,769
43	-2.068,977	222,106	0,581	45.483.267,090
44	807,010	2.477,160	0,643	71.298.347,450
45	-595,917	-1.475,090	0,666	26.586.276,230
46	-580,361	-57,951	0,669	3.573.298,363
47	412,429	-218,064	0,671	2.286.240,516
48	1.233,764	865,470	0,692	23.857.323,940
49	-630,678	107,699	0,696	4.299.945,079
50	36,618	884,934	0,703	8.240.030,427
51	706,473	-116,370	0,708	5.384.950,372
52	57,313	712,249	0,712	5.363.283,739
53	-99,610	243,897	0,713	729.076,271
54	-1.612,509	-455,899	0,739	29.496.173,730
55	-540,735	2.228,614	0,787	55.242.930,660
56	743,602	-1.770,861	0,820	38.748.962,620
57	675,969	613,587	0,828	8.754.464,752
58	1.959,389	-513,775	0,865	43.100.626,040
59	-1.036,895	609,919	0,878	15.201.216,500
60	753,595	-307,489	0,885	6.958.576,242
61	285,081	-601,184	0,889	4.650.151,404
62	1.128,608	1.679,377	0,926	43.004.965,330
63	-661,771	-254,413	0,931	5.280.126,118
64	916,574	936,698	0,946	18.041.124,540
65	133,990	1.853,955	0,978	36.293.177,950

**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE LIBRE DE TENDENCIA
(RECTA) DE LINEAS TELEFONICAS**

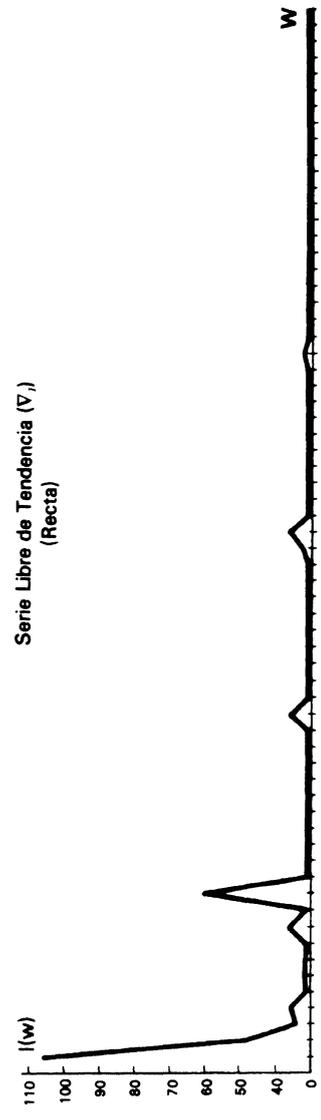
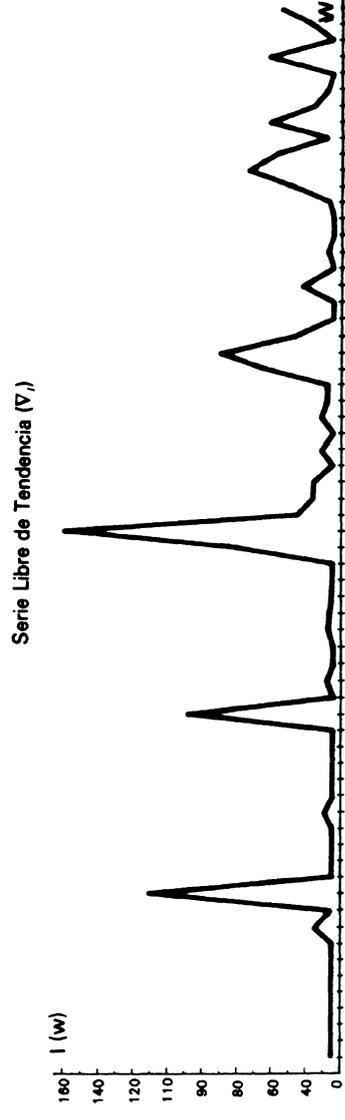
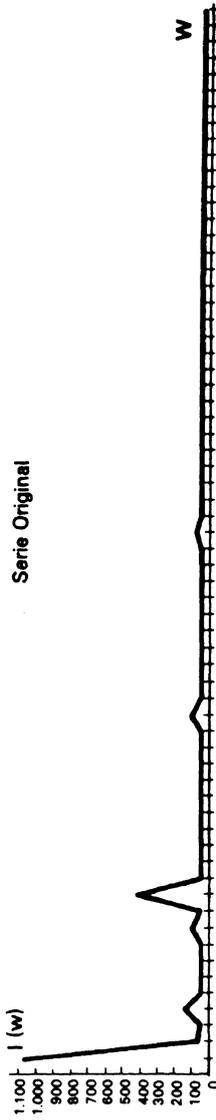
w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$
	a_p	b_p		
1	-9.728,110	1.462,052	0,421	1.016.533.052,000
2	259,066	4.907,068	0,526	253.639.580,000
3	1.636,243	1.612,604	0,549	55.439.024,760
4	1.649,514	-2.073,680	0,579	73.750.647,030
5	-388,180	224,775	0,580	2.113.529,239
6	1.491,881	-66,478	0,590	23.425.771,610
7	-500,688	1.429,978	0,600	24.112.719,770
8	-170,058	392,488	0,601	1.921.922,073
9	2.668,177	-916,696	0,635	83.608.389,420
10	-1.045,323	-149,956	0,640	11.714.176,300
11	6.280,123	-232,856	0,812	414.855.663,500
12	247,840	-579,006	0,813	4.166.738,878
13	-404,134	344,154	0,814	2.959.736,603
14	5,005	-203,081	0,814	433.477,301
15	-72,791	270,739	0,815	825.612,601
16	779,731	-921,814	0,821	15.312.236,260
17	41,045	-571,942	0,823	3.453.814,205
18	-653,790	-277,978	0,825	5.301.620,933
19	263,069	-319,157	0,826	1.796.921,108
20	51,200	-111,958	0,826	159.202,408
21	516,120	269,341	0,827	3.560.138,879
22	-880,448	-2.723,951	0,863	86.083.160,660
23	583,726	293,072	0,865	4.481.389,054
24	497,392	701,663	0,868	7.770.288,834
25	132,365	191,909	0,868	570.900,048
26	-21,667	-440,252	0,869	2.040.879,588
27	-579,874	-360,441	0,871	4.896.771,644
28	94,531	-607,222	0,873	3.966.970,067
29	409,932	-159,388	0,874	2.032.029,743
30	-25,923	-40,702	0,874	24.460,716
31	-79,863	-249,693	0,874	721.899,724
32	1.011,383	-1.353,178	0,886	29.978.917,500
33	-2.796,408	322,167	0,921	83.232.224,870

CUADRO III

ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE LIBRE DE TENDENCIA
(RECTA) DE LÍNEAS TELEFÓNICAS

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA I (w_p)
	a_p	b_p		
34	931,379	488,166	0,926	11.615.288,560
35	776,862	196,056	0,928	6.743.214,531
36	-754,705	445,049	0,932	8.063.550,888
37	-178,041	121,736	0,932	488.638,237
38	285,220	-569,525	0,934	4.261.660,953
39	-318,331	140,763	0,934	1.272.574,906
40	577,188	-160,029	0,936	3.768.446,503
41	-424,040	-387,568	0,937	3.466.592,941
42	-248,452	-458,643	0,938	2.858.008,760
43	914,503	-724,851	0,944	14.303.864,430
44	-1.173,842	-979,224	0,955	24.546.115,000
45	660,398	585,377	0,958	8.180.604,745
46	255,957	-101,858	0,958	797.155,625
47	-183,774	227,326	0,959	897.586,063
48	-861,180	-131,001	0,962	7.970.525,512
49	257,459	-159,031	0,962	961.934,977
50	-245,622	-415,950	0,963	2.451.104,150
51	-378,712	222,286	0,964	2.025.570,333
52	-205,254	-332,853	0,965	1.606.309,682
53	-49,395	-113,482	0,965	160.904,056
54	819,943	-4,466	0,968	7.062.269,334
55	-91,989	-1.178,842	0,974	14.686.278,430
56	-200,606	972,897	0,978	10.365.269,400
57	-457,802	-237,258	0,979	2.792.800,961
58	-962,456	448,674	0,984	11.844.879,700
59	424,679	-394,474	0,986	3.529.020,749
60	-388,235	223,825	0,987	2.109.501,213
61	-146,638	322,062	0,987	1.315.408,905
62	-689,697	-762,611	0,992	11.105.671,860
63	295,415	112,477	0,992	1.049.593,817
64	542,535	428,001	0,994	5.016.163,435
65	-142,243	-920,214	0,998	9.107.446,474

PERIODOGRAMA



CUADRO IVCOMPARACION DE RESULTADOS

A

P	Meses	Diferencia Primera	RECTA	ORIGINAL
33	4	14,0	3,4	3,2
11	12	9,9	17,2	17,9
22	6	7,9	3,6	3,9
44	3	6,2	1,0	1,0
55	2,4	4,8	0,6	0,6
43	3,1	4,0	0,6	0,7
TOTAL	. . .	46,8	26,4	27,3

B

P	Meses	RECTA	Diferencia Primera	ORIGINAL
1	132	42,1	0,2	44,3
11	12	17,2	9,9	17,9
2	66	10,5	0,1	3,1
22	6	3,6	7,9	3,9
9	15	3,5	1,4	4,2
4	33	3,1	0,3	5,9
TOTAL	. . .	80,0	19,8	79,3

**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LÍNEAS TELEFÓNICAS
LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD ($\nabla_1 \nabla_{12}$)**

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA I (w)
	a_p	b_p		
w'				
1	735,567	9,650	0,006	5.167.620,315
2	572,076	-501,652	0,012	5.528.333,009
3	269,480	-675,085	0,017	5.045.458,968
4	-62,650	591,851	0,021	3.382.481,446
5	837,483	69,191	0,028	6.743.380,644
6	-358,940	742,537	0,035	6.495.423,134
7	254,460	-333,726	0,037	1.681.850,139
8	1.141,416	-924,167	0,060	20.597.022,270
9	-308,403	-109,143	0,061	1.022.009,694
10	108,861	-88,351	0,061	187.706,861
11	-2,501	7,827	0,061	644,739
12	366,959	-582,644	0,066	4.527.636,050
13	207,160	-176,793	0,067	708.281,168
14	374,793	-1.545,122	0,093	24.139.397,430
15	-536,874	542,777	0,099	5.565,717,404
16	-672,275	776,886	0,109	10.079.335,380
17	876,359	-150,289	0,118	7.549.596,344
18	231,346	339,717	0,119	1.613.149,416
19	605,435	111,117	0,123	3.618.214,409
20	315,425	257,513	0,125	1.583.329,484
21	-215,850	123,825	0,126	591.329,239
22	-768,947	-400,393	0,134	7.177.194,431
23	-973,768	-469,708	0,146	11.161.692,670
24	-484,164	239,016	0,149	2.784.034,653
25	1.103,373	-829,791	0,169	18.200.816,820
26	1.253,241	221,378	0,186	15.466.243,410
27	408,710	764,782	0,193	7.180.453,877
28	-5,500	422,691	0,195	1.706.439,547
29	279,634	-954,290	0,206	9.442.961,139
30	578,050	652,950	0,214	7.262.101,636

CUADRO V

ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LÍNEAS TELEFÓNICAS
LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD ($\nabla_1 \nabla_{12}$)

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA I (w)
	a_p	b_p		
31	-551,148	715,254	0,222	7.786.041,912
32	-881,168	1.565,578	0,256	30.820.273,730
33	98,479	-1.188,002	0,271	13.569.997,980
34	-357,449	-1.585,101	0,298	25.213.150,700
35	799,038	1.797,586	0,339	36.536.649,750
36	541,222	-1.344,918	0,360	20.070.001,860
37	-1.036,745	1.149,775	0,385	22.887.971,260
38	-252,664	555,321	0,389	3.554.444,045
39	436,378	-729,384	0,397	6.898.667,568
40	643,793	753,370	0,407	9.377.750,957
41	-761,313	958,517	0,423	14.308.210,720
42	145,585	1.411,927	0,444	19.239.281,480
43	-891,144	1.035,163	0,463	17.816.123,260
44	979,810	-2.192,485	0,524	55.070.966,350
45	-203,987	1.160,351	0,538	13.254.663,720
46	1.394,333	1.410,224	0,579	37.556.392,680
47	-12,509	-379,444	0,581	1.376.380,455
48	855,316	184,014	0,589	7.309.285,733
49	996,243	-730,408	0,605	14.572.188,020
50	964,089	661,249	0,619	13.051.194,000
51	-684,039	441,964	0,626	6.333.490,086
52	1.350,330	199,641	0,645	17.792.704,300
53	-449,038	-2.723,291	0,725	72.746.054,300
54	1.484,880	20.450,407	0,792	61.006.239,010
55	798,075	-18,655	0,799	6.085.496,609
56	-2.736,844	1.168,040	0,891	84.555.512,100
57	2.020,777	-2.022,208	0,976	78.045.110,680
58	-41,496	1.099,507	0,789	11.560.737,120
59	-70,829	-311,315	0,990	973.395,864

**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LÍNEAS TELEFÓNICAS
LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD (C. M. A.)**

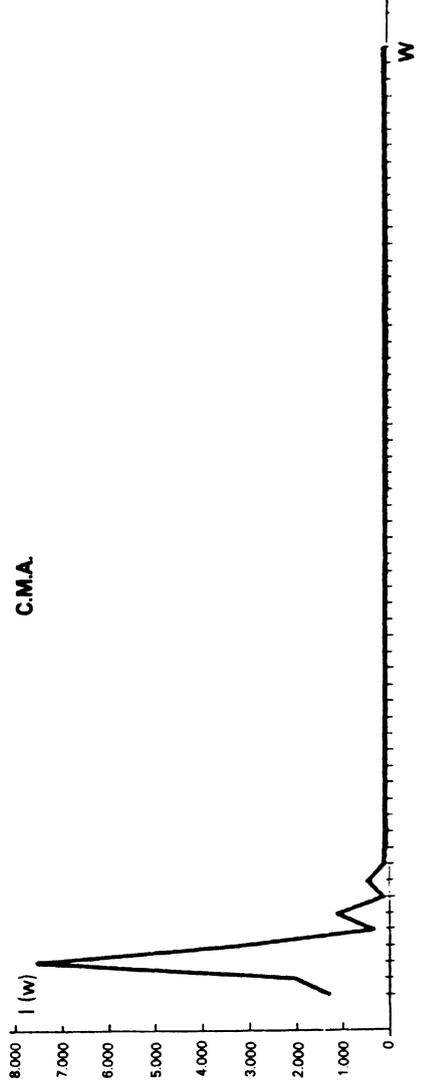
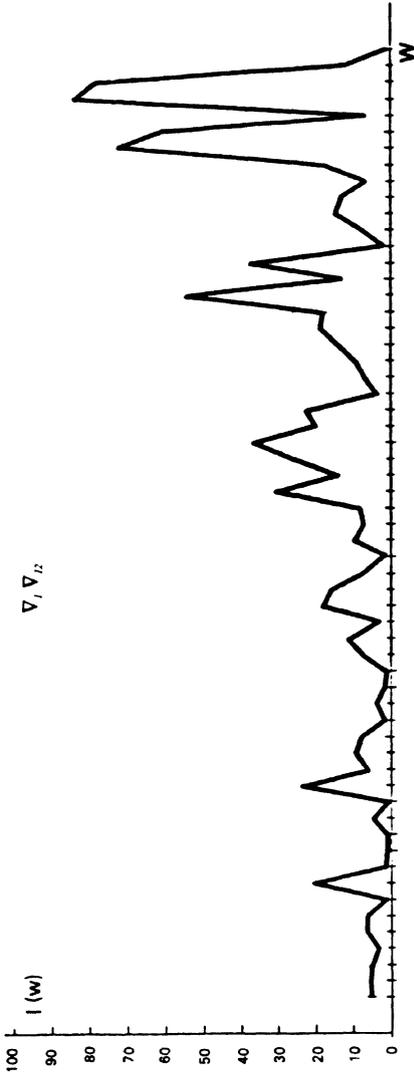
n_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA	PERIODOGRAMA
	a_p	b_p	ACUMULADA	$I(w_p)$
1	-115.878,1	-7.769,0	0,791	1.288.017.854 (11)
2	-12.006,9	45.075,5	0,919	2.077.894.802 (10)
3	5.950,8	27.491,3	0,966	7.555.246.814,0
4	11.625,7	-13.824,2	0,985	3.115.605.128,0
5	-5.943,4	-400,3	0,987	338.849.566,7
6	7.658,2	-7.890,4	0,994	1.154.571.449,0
7	1.510,2	2.451,4	0,994	79.164.298,9
8	-4.349,7	5.417,3	0,997	460.916.178,8
9	3.579,2	297,3	0,998	123.176.948,9
10	1.312,5	593,9	0,998	19.818.356,7
11	1.109,1	-119,3	0,998	11.882.526,8
12	272,8	1.557,2	0,998	23.866.477,5
13	355,2	478,8	0,998	3.393.977,4
14	193,6	2.840,1	0,999	77.384.147,4
15	1.725,2	-769,0	0,999	34.068.796,6
16	1.496,3	-1.099,5	0,999	32.924.197,9
17	-514,1	248,3	0,999	3.112.609,5
18	125,8	-337,8	0,999	1.240.782,9
19	-195,8	-257,8	0,999	1.000.751,8
20	158,0	-136,0	0,999	415.012,4
21	462,9	-108,7	0,999	2.159.020,5
22	1.082,9	357,4	0,999	12.417.973,7
23	982,7	428,2	0,999	10.972.662,5
24	603,5	-273,6	0,999	4.192.802,1
25	-421,3	651,7	1,000	5.750.649,2
26	-630,6	-148,6	1,000	4.008.205,7
27	59,4	-467,6	1,000	2.121.644,7
28	136,2	-175,9	1,000	472.606,6
29	8,7	427,7	1,000	1.747.549,7
30	-41,9	-272,3	1,000	724.819,3

CUADRO VI

ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LÍNEAS TELEFÓNICAS
LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD (C. M. A.)

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA ACUMULADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$
	a_p	b_p		
31	357,0	-372,4	1,000	2.541.361,6
32	615,6	-748,3	1,000	8.965.989,7
33	61,2	570,6	1,000	3.144.867,9
34	263,0	582,7	1,000	3.902.876,7
35	-115,1	-695,9	1,000	4.751.012,1
36	-153,8	472,0	1,000	2.353.313,8
37	555,6	-474,8	1,000	5.100.531,4
38	196,2	-156,4	1,000	601.179,8
39	-53,4	169,7	1,000	302.231,9
40	-37,4	-256,7	1,000	642.607,0
41	280,9	-343,3	1,000	1.878.916,7
42	115,5	-502,9	1,000	2.542.487,4
43	392,1	-297,2	1,000	2.311.600,6
44	-207,0	571,5	1,000	3.528.095,1
45	228,0	-348,9	1,000	1.658.858,1
46	-355,7	-417,6	1,000	2.873.500,3
47	165,0	41,1	1,000	276.110,4
48	-109,2	-42,5	1,000	131.120,3
49	-192,7	124,6	1,000	502.851,2
50	-77,5	-176,6	1,000	355.174,7
51	246,9	-115,9	1,000	710.395,3
52	-196,1	-117,2	1,000	498.387,8
53	247,2	717,1	1,000	5.494.094,7
54	-303,6	-573,1	1,000	4.016.592,4
55	-2,8	10,5	1,000	1.127,7
56	771,7	-281,2	1,000	6.441.901,3
57	-362,3	456,5	1,000	3.243.452,4
58	142,8	-238,2	1,000	736.547,6
59	100,8	53,9	1,000	124.769,7

PERIODOGRAMA: SERIE LIBRE DE TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD



CUADRO VII

ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LINEAS TELEFONICAS
DEL COMPONENTE IRREGULAR (C. M. A.)

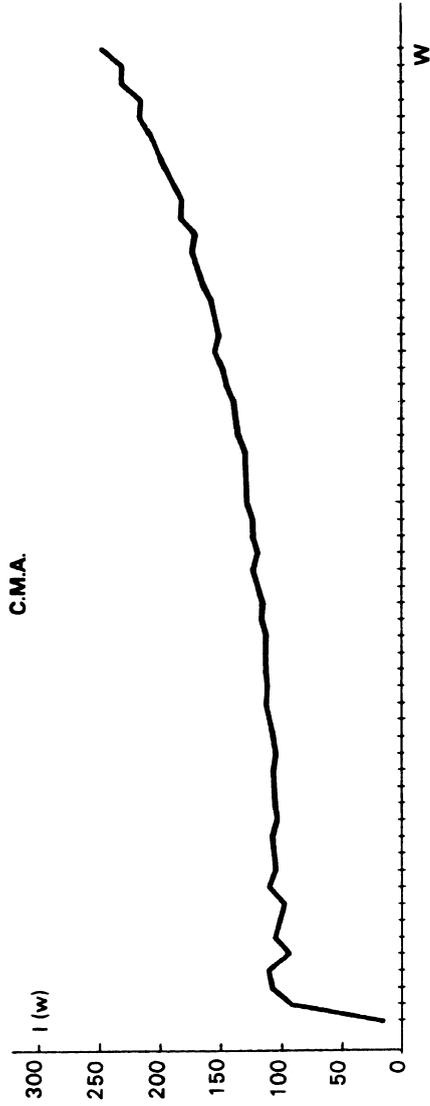
w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$	LI (w_p)
	a_p	b_p			
1	-1,3	0,0	0,000	16,138	2,781
2	-3,0	-0,9	0,001	93,679	4,540
3	-3,3	-0,7	0,001	108,671	4,688
4	-3,4	-0,1	0,001	110,485	4,705
5	-3,1	-0,4	0,001	93,297	4,536
6	-3,3	-0,4	0,001	105,520	4,659
7	-3,2	-0,6	0,001	101,223	4,617
8	-3,1	-0,8	0,001	97,880	4,584
9	-3,3	-0,8	0,001	110,103	4,701
10	-3,2	-0,9	0,001	105,520	4,659
11	-3,2	-0,9	0,001	105,520	4,659
12	-3,2	-1,0	0,001	107,334	4,676
13	-3,1	-1,1	0,001	103,323	4,658
14	-3,1	-1,2	0,001	105,520	4,659
15	-3,1	-1,2	0,001	105,520	4,659
16	-3,1	-1,3	0,001	107,907	4,681
17	-3,0	-1,4	0,001	104,660	4,651
18	-3,0	-1,5	0,001	107,430	4,677
19	-3,0	-1,6	0,001	110,390	4,704
20	-3,0	-1,7	0,001	113,541	4,732
21	-2,9	-1,8	0,001	111,249	4,712
22	-2,9	-1,9	0,001	114,783	4,743
23	-2,9	-1,9	0,001	114,783	4,743
24	-2,8	-2,0	0,001	113,064	4,728
25	-2,8	-2,1	0,001	116,979	4,762
26	-2,7	-2,2	0,001	115,833	4,752
27	-2,7	-2,3	0,001	120,130	4,789
28	-2,7	-2,4	0,001	124,618	4,825
29	-2,6	-2,4	0,001	119,557	4,784
30	-2,6	-2,5	0,001	124,236	4,822

CUADRO VII

**ANÁLISIS FRECUENCIAL DE LA SERIE DE PETICIONES DE LINEAS TELEFONICAS
DEL COMPONENTE IRREGULAR (C. M. A.)**

w_p	COEFICIENTE DE FOURIER		VARIACION EXPLICADA	PERIODOGRAMA $I(w_p)$	LI (w_p)
	a_p	b_p			
w					
31	-2,5	-2,6	0,001	124,236	4,822
32	-2,5	-2,7	0,001	129,297	4,862
33	-2,4	-2,8	0,001	129,870	4,867
34	-2,4	-2,8	0,001	129,870	4,867
35	-2,3	-2,9	0,001	130,825	4,874
36	-2,3	-3,0	0,001	136,459	4,916
37	-2,2	-3,1	0,001	137,987	4,927
38	-2,1	-3,2	0,001	139,897	4,941
39	-2,1	-3,3	0,001	146,104	4,984
40	-2,0	-3,4	0,001	148,587	5,001
41	-2,0	-3,5	0,001	155,176	5,045
42	-1,9	-3,5	0,001	151,452	5,020
43	-1,8	-3,6	0,001	154,699	5,041
44	-1,7	-3,7	0,001	158,327	5,065
45	-1,7	-3,8	0,001	165,489	5,109
46	-1,6	-3,9	0,001	169,691	5,134
47	-1,5	-4,0	0,001	174,275	5,161
48	-1,4	-4,0	0,001	171,505	5,145
49	-1,3	-4,2	0,001	184,588	5,218
50	-1,2	-4,2	0,001	182,201	5,205
51	-1,2	-4,3	0,002	190,317	5,249
52	-1,1	-4,4	0,002	196,429	5,280
53	-1,0	-4,5	0,002	202,920	5,313
54	-0,9	-4,6	0,002	209,798	5,346
55	-0,8	-4,7	0,002	217,056	5,380
56	-0,7	-4,7	0,002	215,623	5,374
57	-0,6	-4,9	0,002	232,716	5,450
58	-0,5	-4,9	0,002	231,666	5,445
59	-0,4	-5,1	0,002	249,905	5,521

PERIODOGRAMA: ANÁLISIS DEL COMPONENTE RESIDUAL



BIBLIOGRAFIA

- ALCAIDE, A.: *Números índices mensuales del Movimiento Anual*. Madrid. Instituto Nacional de Estadística, 1956.
- ALVAREZ, N.: *La posibilidad de una teoría ondulatoria en la Ciencia Económica a la luz del Análisis de Fourier aplicado a Series Temporales*. Tesis Doctoral. Madrid. Universidad Complutense. (Pendiente de publicación). 1983.
- COPERNICO, N.: *Sobre las revoluciones de los orbes celestes*. Madrid. Editora Nacional. 1982.
- CHATFIELD, C.: *The analysis of time series: theory and practice*. London. Chapman and Hall. 1975.
- DEL HOYO, J.: *Desestacionalización de Series temporales*. Publicado en el libro "Estadística Económica". Confederación Española de Cajas de Ahorro. Madrid. 1978. págs. 351-382.
- KENDALL, M.: *Time-Series*. London. Charles Griffin and Company Limited. 1976.
- MYSKYS, A. D.: *Introductory Mathematics for engineers*. Moscow. Mir Publishers. 1975.

SUMMARY

HARMONIC ANALYSIS IN ECONOMY

This paper reconsiders the positive statement that from the point of view of the applications, deterministic processes do not seem to have very great interest and that classical Fourier methods fail when applied to economic time series.

The basic reason is in the transformation used to attain stationarity.

The synthesis of the paper is a deterministic hypothesis against the probabilistic hypothesis in time series analysis today.

Key words: Trend, stationarity, unobserved component model, wave hypothesis, orthogonality, Parseval's theorem.

AMS 1980. Subject classification: 90A20.