

# “La estimación de multiplicadores Input-Output por el método de Burford y Katz: una aplicación empírica”

por AGUSTIN CAÑADA MARTINEZ

Departamento de Teoría Económica  
Universidad Autónoma de Madrid.

## RESUMEN

En este trabajo se lleva a cabo una aplicación del procedimiento de Burford y Katz para la estimación de los multiplicadores Input-Output de producto en un área espacial de dimensiones reducidas, la provincia de Alicante, siendo el año-base del estudio 1979. Los resultados obtenidos tienden a mostrar la calidad del método, válido para obtener estimaciones de los multiplicadores, a partir de información sobre el volumen de compras interindustriales que realizan las empresas o sectores dentro del propio área o región.

*Palabras clave:* Análisis Input-Output, Multiplicadores de producto, Métodos indirectos de estimación.

## 1. INTRODUCCION

La metodología Input-Output ha llegado a convertirse, con el transcurso del tiempo, en uno de los instrumentos de análisis más relevante en el campo de la economía regional. Puede decirse que esta relevancia ha supuesto la configuración de una rama teórica específica de estudio de la problemática del crecimiento regional, superándose

por tanto la condición de mera técnica de análisis. Sin embargo, las hipótesis implícitas en un modelo input-output convencional resultan en principio poco aptas para el estudio de algunos de los temas fundamentales en la economía regional: Así, aspectos como los referentes a la localización industrial, la movilidad espacial de los factores, la posibilidad de aparición de economías o deseconomías de escala, o el análisis detallado de los flujos de comercio exterior de la Región, quedan fuera del esquema convencional I-O.

Muchas de estas limitaciones han ido solventándose en gran medida con la introducción de una serie de modificaciones en el esquema original: Por ejemplo, la posibilidad de introducir la variable 'coste de transporte' en la matriz inter-industrial, o la elaboración de modelos 'gravitatorios' (que incorporan la variable población) o de atracción (que permiten la consideración de las 'economías de escala' en la estructura industrial, etc.).

Tanto por las mejoras que estas modificaciones han introducido en el esquema original, como por las ventajas que presenta el modelo I-O para la comprensión y estudio de aspectos fundamentales del sistema económico, su utilización ha ido en aumento en el campo de la economía regional. Esta aceptación creciente plantea sin embargo, dificultades de elaboración y requerimientos de información de base, en proporción también creciente. La confección de unas tablas Input-Output regionales es una tarea obviamente compleja y que supone unos costes elevados en términos de tiempo y recursos necesarios. Ello ha llevado a la elaboración de métodos de estimación de algunos de los componentes básicos de una tabla, que suelen denominarse "indirectos" y que no requieren la laboriosa tarea de recopilación estadística intrínseca a la confección de las tablas.

En síntesis, se trata de aprovechar la información ya disponible para, mediante distintos procedimientos, obtener una aproximación a las características básicas de las tablas regionales.

Así, se realizan estimaciones, tanto de elementos desagregados de la matriz interindustrial y de la matriz de demanda final, como de elementos globales, definidos a partir de aquéllo; entre estos últimos, como conceptos fundamentales derivados del análisis Input-Output, se encuentran los "multiplicadores".

Este trabajo constituye precisamente una verificación del procedimiento de Burford y Katz (1981) aplicado a la economía de la provincia de Alicante. La elección del área de estudio viene motivada fundamentalmente, por la existencia de una tabla I-O relativamente reciente (1979), y que permite, a partir de la completa información contenida en la misma, una contrastación adecuada del método analizado. (\*)

(\*) "Tablas Input-Output y Contabilidad de la provincia de Alicante". Gabinete de Estudios Socio-económicos del CESA. 1982.

Previamente a su aplicación, se comentan, en dos breves apartados, tanto la definición de multiplicador de output que se va a utilizar, como la caracterización de la hipótesis fundamental del método de Burford y Katz.

## 2. MULTIPLICADORES INPUT-OUTPUT DE 'PRODUCTO': EL METODO DE BURFORD Y KATZ DE ESTIMACION INDIRECTA.

### 2.1. LOS MULTIPLICADORES INPUT-OUTPUT DE PRODUCTO.

El concepto de "multiplicador" ocupa un lugar preferente en la literatura de temas I-O. Las razones son, tanto de tipo teórico, al servir de una manera muy simple para esquematizar el tipo de impactos que se pueden producir en un sistema ante variaciones de determinados elementos exógenos, como de tipo práctico, dada su utilidad para realizar análisis empíricos.

El antecedente directo de los multiplicadores Input-Output es el "multiplicador" Keynesiano, de amplia utilización en la teoría económica y que hace referencia a la variación que se produce en el nivel de renta de una economía cuando se modifica el valor de la inversión autónoma.

Esta concepción de medición de los impactos de la inversión u otra variable exógena, puede examinarse a nivel del modelo Input-Output mediante la conocida expresión:

$$O = (I - A)^{-1} D \quad (2.1)$$

Para variaciones en alguno de los componentes de la demanda final (D), suponiendo la constancia de los coeficientes técnicos, recogidos en la matriz A, podemos ver la variación que se da en el output O. La clave para determinar el impacto de D sobre O es la matriz inversa de los coeficientes técnicos  $(I - A)^{-1}$ ; la matriz inversa es la que nos va a dar, por tanto, el efecto *multiplicador* sobre la economía de una variación en alguno o varios de los componentes de D.

Un planteamiento análogo puede aplicarse a un solo sector productivo: Para poder producir una unidad adicional del sector *j* éste requerirá cantidades adicionales de los otros sectores, los cuales a su vez necesitarán adquirir a sus abastecedores, y así sucesivamente..., viniendo esos requerimientos —tanto directos como indirectos— por los elementos de la matriz inversa de los coeficientes.

Es decir, para un sector *j* la variación sobre el output del exterior sería:

$$\sum_{i=1}^n b_{ij}$$

la suma de la columna correspondiente al sector  $j$  en la matriz inversa. Esta suma es precisamente el *multiplicador-producto* correspondiente al sector  $j$ . Expresado en la terminología más usual:

$$\mu_j = \sum_{i=1}^n b_{ij} \quad (2.2)$$

Utilizando una definición convencional:

“El multiplicador de output para una industria  $j$  mide la inversa de los requerimientos directos e indirectos de todos los sectores necesarios para proporcionar una unidad adicional de output de  $j$  a la demanda final” (Richardson (1972), pág. 32).

El modelo I-O nos permite pues obtener un valor del multiplicador para cada uno de los sectores productivos. Comparando los valores de estos multiplicadores simples podemos obtener una visión de conjunto inicial de aquellos sectores más importantes o más interrelacionados con el resto del sistema.

También podría hablarse, como se sabe, de los multiplicadores “totales” o de “tipo II”, si consideráramos ahora la matriz ‘ampliada’ con la inclusión como endógenas de las variables de las economías domésticas (\*). En este caso, el multiplicador sería:

$$\mu^*_j = \sum_{i=1}^{n+1} b^*_{ij}$$

Donde los  $b^*_{ij}$  son en este caso los elementos de la matriz  $(I - A^*)^{-1} \cdot (A^* : \text{matriz ampliada})$

## 2.2. MÉTODOS INDIRECTOS DE ESTIMACION: EL MÉTODO DE BURFORD Y KATZ.

La estimación por procedimientos indirectos de los multiplicadores constituye en este sentido un campo de interés crucial en la literatura e investigación reciente sobre temas I-O. De la amplia bibliografía sobre el tema, destacaríamos aquí los trabajos de Drake (1976), Jensen (1978) y, sobre todo, Burford y Katz (1977 y 1981). La idea fundamental de estos trabajos es la de que “el multiplicador de output está determinado básicamente por el total de la columna de la industria, mientras que los valores específicos de los coeficientes técnicos tienen un efecto muy pequeño” (\*\*). De ello se deriva la posibilidad de estimar el valor de los multiplicadores, a partir del conocimiento exclusivo de información acerca de los requerimientos de inputs globales, no pormenorizados, de los sectores. Aceptada esta hipótesis, puede estimarse el multiplicador a partir de procedimientos sencillos como el de regresión lineal en Burford y Katz (1981) donde el multiplicador de output es la variable dependiente y el total de su columna correspon-

(\*) Una mayor profundización en las características y propiedades de los diferentes tipos de multiplicadores I-O (Producto, Renta, Empleo, etc.), pueden encontrarse en nuestro trabajo: Cañada (1984).

(\*\*) Drake (1976).

diente, la variable independiente. Profundizando en esta línea Burford y Katz elaboran una fórmula muy simple para estimar los multiplicadores de output:

$$\hat{\mu}_j = 1 + \left( \frac{1}{1 - \bar{w}} \right) w_j \quad (2.3)$$

siendo  $\hat{\mu}_j$  el multiplicador de output de la industria  $j$ , donde  $w_j$  ( $1 < j < n$ ), representa la proporción de los gastos interindustriales de la industria  $j$  gastados dentro de la región (el equivalente del total de la columna  $j$  de la matriz de coeficientes input-output)

y  $\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{n}$  es la media de los totales de todas las columnas.

La demostración de esa fórmula la realizan Burford y Katz en los siguientes términos: Sean  $n$  y  $w_i$  ( $1 < i < n$ ) constantes fijas, siendo  $n$  un entero positivo y  $0 < w_i < 1$ . La variable “ $n$ ” es el tamaño de la matriz, el número de industrias de la región, mientras que  $w_i$  ( $1 < i < n$ ) define el total de la columna de la industria “ $i$ ”. Supongamos que conocemos sólo  $n$  y  $w_i$  ( $1 < i < n$ ), para la región. Definimos  $R$  como el conjunto de todas las posibles matrices  $n \times n$  no-negativas para las que las sumas de las columnas sean  $w_i$ .

Ya que suponemos que no tenemos otras informaciones sobre la región, no tenemos forma de determinar los coeficientes verdaderos de la matriz. Supongamos por simplicidad que cada matriz posible  $A \in R$  es igualmente probable. Este supuesto hace  $R$  un conjunto de matrices estocásticas, e implica una distribución de los multiplicadores de output de cada industria. Burford y Katz (1981) demuestran que la ecuación es una buena estimación de los multiplicadores basándose en:

i) La ecuación constituye la media de los multiplicadores de todas las matrices posibles con  $w_j$  conocidos.

ii) “La varianza de los multiplicadores de output puede demostrarse que es muy pequeña”. Por lo tanto, un amplio porcentaje de las matrices en  $R$  conducirán a multiplicadores de output cercanos a la ecuación anterior, que es la media de la distribución de los multiplicadores.

El esquema de Burford y Katz es ilustrativo de la extrema simplicidad técnico-matemática de estos métodos; pero ello, como en este caso, no necesariamente está reñido con la calidad de la información que aportan. Parece por otra parte más lógico pensar que, estimaciones de elementos globales del sistema, como los multiplicadores, resultan más factibles que los intentos de estimación pormenorizada de los coeficientes técnicos “casilla por casilla”.

### 3. UNA APLICACION A LA ECONOMIA DE ALICANTE

En el cuadro 1 se han recogido los resultados de aplicar la formula (2.3) a los datos de la economía de Alicante contenidos en las propias Tablas I-O. La columna (5) recoge el valor de las estimaciones del multiplicador; la columna (4), los valores del propio multiplicador de output para cada sector. Las columnas (6) y (7) se utilizan para comparar en términos simples de desviaciones porcentuales, el valor real y el valor estimado. El error obtenido se mueve en una franja del -3,1% al 4,4%, pero con un valor medio de -0,1% y una desviación típica de 1,0027.

Además se recogen en el cuadro (columnas (1) y (2)), los datos correspondientes a las adquisiciones interindustriales por sectores, dentro de la propia región. Con ello se pretende simplemente, por comparación con el valor del multiplicador real, saber en qué medida ambos valores están interrelacionados (columna (3)). Dado que los resultados de dicha comparación arrojan una media absoluta del 95,6% y una desviación típica de 2,0173, ello ayuda a comprender sin duda, la calidad de la estimación obtenida.

La limitación más importante de este procedimiento, viene marcada, al igual que en los demás métodos de estimación indirecta de elementos I-O, por el nivel de desagregación estadística al que se trabaje. Cuanto mayor sea el número de sectores o ramas de actividad utilizado, mayor es también el nivel de calidad de las estimaciones. Los resultados de nuestro análisis son en este sentido significativos, al compararlos con los contenidos en Burford y Katz (1981). Trabajando en nuestro caso a un nivel de 57 sectores, se obtiene un error medio de -0,1%; en el caso de Burford y Katz, su estimación para un área de la economía americana, con un nivel de desagregación de 25 sectores, arroja un error medio del 3,81%.

CUADRO I

#### MULTIPLICADORES DE PRODUCTO: VALORES CALCULADOS Y VALORES ESTIMADOS

	(1) $w_j$	(2) $I + A$	(3) $(2):(4) \times$ $\times 100$	(4) $\mu_j$	(5) $\hat{\mu}_j$	(6) $(4)-(5)$	(7) % Error [[6):(4)]
<b>SECTORES</b>							
1. Agricultura	0,15512	1,15512	96,7	1,19401	1,19659	-0,00258	0,2
2. Ganadería	0,30429	1,30429	91,8	1,42037	1,38564	0,03473	2,4
3. Forestal	0,02827	1,02827	99,3	1,03598	1,03583	0,00015	0,0

CUADRO I  
(continuación)

**MULTIPLICADORES DE PRODUCTO:  
VALORES CALCULADOS Y VALORES ESTIMADOS**

	(1) $w_j$	(2) I + A	(3) (2):(4) x x 100	(4) $\mu_j$	(5) $\hat{\mu}_j$	(6) (4)-(5)	(7) % Error [(6):(4)]
<b>SECTORES</b>							
4. Pesca	0,20442	1,20442	96,5	1,24808	1,25907	-0,01099	-0,9
5. Extractivas	0,12155	1,12155	97,5	1,14975	1,15405	-0,00430	-0,4
6. Prod. Energética	0,09883	1,09883	98,0	1,12149	1,12525	-0,00376	-0,3
7. Capt. y Dist. Agua	0,23186	1,23186	94,8	1,29947	1,29385	0,00562	0,4
8. Cerámica y Vidrio	0,20337	1,20337	96,1	1,25255	1,25774	-0,00519	-0,4
9. Cemento	0,28655	1,28655	94,9	1,35574	1,36316	-0,00742	-0,5
10. Piedra Natural	0,17661	1,17661	96,5	1,21919	1,22383	-0,00464	-0,4
11. Ptos. Químicos	0,15619	1,15619	96,7	1,19572	1,19795	-0,00223	-0,2
12. Met. Básicos	0,09622	1,09622	97,9	1,12002	1,12194	-0,00192	-0,2
13. Estruct. Metálicas	0,16904	1,16904	96,6	1,21046	1,21423	-0,00377	-0,3
14. Art. Metálicos	0,22123	1,22123	96,3	1,26873	1,28037	-0,01164	-0,9
15. Otras Ind. Metal.	0,11440	1,11440	97,6	1,14143	1,14488	-0,00355	-0,3
16. Maq. no Eléctrica	0,15594	1,15594	97,1	1,19075	1,19763	-0,00688	-0,6
17. Maq. Eléctrica	0,13522	1,13522	97,1	1,16869	1,17137	-0,00268	-0,2
18. Mat. Transporte	0,15425	1,15425	96,8	1,19293	1,19549	-0,00256	-0,2
19. Derivados Agric.	0,65749	1,65749	93,2	1,77786	1,83326	-0,05540	-3,1
20. Derivados Ganader.	0,54104	1,54104	88,4	1,74368	1,68568	0,05800	3,3
21. Pan, Bollería	0,29401	1,29401	90,1	1,43575	1,37261	0,06314	4,4
22. Cacao, Confitería	0,29317	1,29317	94,3	1,37097	1,37155	-0,00058	-0,0
23. Otras Alimenticias	0,18053	1,18053	95,7	1,23410	1,22879	0,00531	0,4
24. Alcoholes y Bebidas	0,19993	1,19993	96,2	1,24740	1,25338	-0,00598	-0,5
25. Hilados no Artíf.	0,35560	1,35560	93,3	1,45288	1,45067	0,00221	0,2
26. Hilados Artíf.	0,18496	1,18496	96,1	1,23309	1,23441	-0,00132	-0,1
27. Generos de Punto	0,24549	1,24549	95,1	1,30987	1,31112	-0,00125	-0,1
28. Acabados Textiles	0,16587	1,16587	96,7	1,20512	1,21021	-0,00509	-0,4
29. Alfombras	0,33153	1,33153	93,4	1,42516	1,42016	0,00500	0,4
30. Otras Ind. Textil	0,35144	1,35144	93,7	1,44271	1,44539	-0,00268	-0,2
31. Curtido cuero	0,22062	1,22062	95,5	1,27802	1,27960	-0,00158	-0,1
32. Calzado	0,27736	1,27736	94,1	1,35733	1,35151	0,00582	0,4
33. Confección	0,19520	1,19520	95,6	1,25015	1,24739	0,00276	0,2
34. Art. Madera	0,22001	1,22001	94,9	1,28503	1,27883	0,00620	0,5
35. Muebles	0,28185	1,28185	94,1	1,36213	1,35720	0,00493	0,4
36. Corcho	0,28994	1,28994	94,7	1,36255	1,36745	-0,00490	-0,4
37. Papel	0,20940	1,20940	95,7	1,26336	1,26538	-0,00202	-0,2

**MULTIPLICADORES DE PRODUCTO:  
VALORES CALCULADOS Y VALORES ESTIMADOS**
**CUADRO I**  
(continuación)

	(1) $w_j$	(2) $I + A$	(3) $(2):(4) \times$ $\times 100$	(4) $\mu_j$	(5) $\hat{\mu}_j$	(6) $(4)-(5)$	(7) % Error [(6):(4)]
<b>SECTORES</b>							
38. A. Gráficas	0,13899	1,13899	97,3	1,17105	1,17615	-0,00510	-0,4
39. Caucho	0,29307	1,29307	95,0	1,36071	1,37142	-0,01071	-0,8
40. Art. Plástico	0,17481	1,17481	96,3	1,21977	1,22154	-0,00177	-0,1
41. Juguetes	0,21043	1,21043	95,9	1,26254	1,26669	-0,00415	-0,3
42. Otras Manufact.	0,10844	1,10844	98,1	1,12987	1,13743	-0,00756	-0,7
43. Construcción	0,32253	1,32253	93,8	1,41019	1,40876	0,00143	0,1
44. Comercio Mayorista	0,25516	1,25516	95,3	1,31740	1,32337	-0,00597	-0,5
45. Comercio Minorista	0,20598	1,20598	96,3	1,25245	1,26105	-0,00860	-0,7
46. Restaurantes	0,24462	1,24462	95,0	1,30968	1,31002	-0,00034	-0,0
47. Hostelería	0,22145	1,22145	95,1	1,28443	1,28065	0,00378	0,3
48. Rep. Vehículos	0,12423	1,12423	96,3	1,16768	1,15744	0,01024	0,9
49. Transp. Servicios	0,28336	1,28336	95,6	1,34291	1,35911	-0,01620	-1,2
50. Comunicaciones	0,07404	1,07404	98,3	1,09272	1,09383	-0,00111	-0,1
51. Banca	0,24478	1,24478	95,0	1,31097	1,31022	0,00075	0,0
52. Seguros	0,05606	1,05606	99,1	1,06601	1,07105	-0,00504	-0,5
53. Serv. Empresas	0,11527	1,11527	97,4	1,14491	1,14609	-0,00118	-0,1
54. Enseñanza	0,14307	1,14307	96,5	1,18478	1,18132	0,00346	0,3
55. Sanidad	0,14057	1,14057	97,7	1,16746	1,17815	-0,01069	-0,9
56. Otros Servicios	0,07394	1,07394	98,4	1,09193	1,09370	-0,00177	-0,2
57. Admon. Pública	0,08451	1,08451	98,4	1,10235	1,10710	-0,00475	-0,4
<b>MEDIA</b>	0,21095	1,21095	95,8	1,26688	1,26734	-0,00046	-0,1

**4. COMENTARIO FINAL**

La conclusión fundamental de este somero análisis práctico, es la de que puede obtenerse una buena estimación de los multiplicadores de producto de un área o región concreta, contando exclusivamente con información acerca de los gastos interindustriales realizados por cada industria o sector dentro de la propia región ( $w_j$ ), así como de la media para el conjunto de sectores ( $\bar{w}$ ). Ello supone obvias ventajas en la siempre ardua tarea de obtención de variables caracterizantes de la economía de una región, y en especial desde la insuficiencia de estadísticas a ese nivel en nuestro país. Como ventaja adicional, puede destacarse la gran simplicidad de cálculo del estimador propuesto.

Reiteremos también lo que constituye condicionante fundamental de esta técnica: La calidad de las estimaciones dependerá en un alto porcentaje del nivel de desagregación sectorial utilizado en el cálculo y definición de los multiplicadores; es decir, del nivel de detalle en la información disponible para la estimación 'indirecta' de estas variables.

## BIBLIOGRAFIA

- BURFORD, R y KATZ, J (1977): "*Input-Output multipliers without a full I-O Table*". *Annals of Regional Science*, Agosto, 1977.
- BURFORD, R y KATZ, J (1981): "*A Method for estimation of Input-Output multipliers when no I-O model exists*". *Journal of Regional Science*, Vol. 21, N.º 2, 1981.
- CANADA, A. (1984): "*Crecimiento Económico y Comercio Exterior: un análisis teórico en el ámbito de la economía regional*". Universidad Autónoma de Madrid. Tesis Doctoral, 1984.
- DRAKE, R. (1976): "*A short-cut to estimates of regional Input-Output multipliers*". *International Regional Science Review*, 1, 1976.
- MARTÍNEZ, A (1980): "*Estructura industrial y generación de empleo en la economía de Murcia*". Cámara de Comercio de Alicante, 1980.
- RICHARDSON, H. (1972): "*Input-Output and regional economics*". World University, 1972.

## SUMMARY

### THE ESTIMATION OF INPUT-OUTPUT MULTIPLYERS BY THE BURFORD AND KATZ METHOD: AN EMPIRICAL APPLICATION

The aim of this paper is to carry out an application of the Burford and Katz procedure for the estimate of the product Input-Output multipliers in a spatial area of small dimensions in the province of Alicante, the base year of the study being 1979. The results tend to show the quality of the method, adequate for the obtention of estimates of the multipliers, starting from the information on the volume of interindustrial purchases carried out by enterprises o sectors within the very area or region.

*Key words:* Input-Output analysis, product multipliers, Indirect methods for the estimates.

AMS, 1980. Subject classification: 90A17.

